Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

matematică
aritmetică
algebră
geometrie

clasa a V-a

partea I

ediția a XIII-a

mate 2000 – consolidare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4174/09.04.2024.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Iuliana Ene, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, MARIA
Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : clasa a V-a /
Maria Zaharia, Dan Zaharia, Sorin Peligrad. – Ed. a 13-a. –
Pitești : Paralela 45, 2024 –
vol.
ISBN 978-973-47-4088-8
Partea 1. – 2024. – ISBN 978-973-47-4089-5
I. Zaharia, Dan
II. Peligrad, Sorin
5151

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: **comenzi@edituraparalela45.ro**
sau accesați **www.edituraparalela45.ro**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Recapitulare şi evaluare iniţială

PP Competenţe generale şi specifice (conform programei clasei a IV-a)

1. Identificarea unor relații/regularități din mediul apropiat

1.1. *Explicarea unor modele/regularități pentru crearea de raționamente proprii*

1.2. *Generarea unor modele repetitive/regularități*

2. Utilizarea numerelor în calcule

2.1. *Recunoașterea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și a fracțiilor cu numitori mai mici sau egali cu 10, respectiv egali cu 100*

2.2. *Compararea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000, respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100*

2.3. *Ordonarea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100*

2.4. *Efectuarea de adunări și scăderi de numere naturale în concentrul 0 - 1 000 000 sau cu numere fracționare*

2.5. *Efectuarea de înmulțiri de numere în concentrul 0 - 1 000 000 când factorii au cel mult trei cifre și de împărțiri la numere de o cifră sau două cifre*

3. Explorarea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în mediul apropiat

3.1. *Explorarea caracteristicilor, relațiilor și a proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte*

3.2. *Explorarea caracteristicilor, relațiilor și proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte*

4. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări

4.1. *Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete, inclusiv pentru validarea unor transformări*

4.2. *Operarea cu unități de măsură standardizate, folosind transformări*

5. Rezolvarea de probleme în situații familiare

5.1. *Utilizarea terminologiei specifice și a unor simboluri matematice în rezolvarea și/sau compunerea de probleme cu raționamente diverse*

5.2. *Organizarea datelor în tabele și reprezentarea lor grafică*

5.3. *Rezolvarea de probleme cu operațiile aritmetice studiate, în concentrul 0 - 1 000 000*

PE 1. Exerciţii şi probleme recapitulative

1. a) Scrieți cu cifre numerele:
- patru sute paisprezece mii nouăzeci;
- două sute de mii două sute cinci;
- optzeci și opt de mii șase;
- șapte sute trei mii douăzeci și trei.

b) Scrieți cu cifre numerele care au:
- 64 de sute și 5 unități;
- 900 de zeci și 7 unități;
- 500 de mii și 32 de unități;
- 8 unități și 51 de mii.

2. a) Care este cifra unităților și câte unități are numărul 20 347?

b) Care este cifra zecilor și câte zeci are numărul 20 347?

c) Care este cifra sutelor și câte sute are numărul 20 347?

d) Care este cifra miilor și câte mii are numărul 20 347?

e) Care este cifra zecilor de mii și câte zeci de mii are numărul 20 347?

59. Calculați și efectuați transformările:

a) 27 g + 34 g = ? dg; b) 680 g – 12 dag = ? g;
c) 50 mg + 300 mg = ? cg; d) 68 hg – 100 dag = ? dag;
e) 4 200 kg + 500 kg = ? q; f) 47 kg – 210 dag = ? hg;
g) 420 q + 30 q = ? t; h) 300 cg – 12 dg = ? dg.

60. Știind că $a = 10$ și $b = 7$, calculați:

a) $(2 \cdot a + 3 \cdot b) \cdot (a - b)$; b) $(3 \cdot a - b) \cdot (2 \cdot a + b)$; c) $(a + b) \cdot (2 \cdot a + 5 - 3 \cdot b)$.

61. Numărul notelor de 9 primite la evaluarea din semestrul al doilea reprezintă $\frac{1}{5}$ din numărul notelor de 7 primite la aceeași lucrare. Știind că numărul elevilor care au primit nota 7 este cu 8 mai mare decât numărul elevilor care au primit nota 9, calculați câți elevi au primit nota 9 și câți elevi au primit nota 7.

62. Fie $a = 127 - 3 \cdot 12$, $b = 134 + 2 \cdot 17 + 432 : 4 : 3$ și $c = 17 \cdot 12 - 576 : 6 : 4 - 12$. Calculați:

a) $11 \cdot a - 3 \cdot (b - c)$; b) $3 \cdot a + 2 \cdot b - c$; c) $4 \cdot (a + b) - 5c$.

63. Fie numerele: $a = 40 + 60 : 2 - 20$, $b = (17 + 17 \cdot 4) : 17$ și $c = (37 \cdot 3 - 37) : 74$. Calculați $5 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot c + 33$.

64. Scrieți în ordine crescătoare numerele:

$A = 7\,360 - [(5 + 206 \cdot 8) - 709]$; $B = 6 + 8 \cdot [14 \cdot 6 + 3 \cdot (7 \cdot 9 - 4 \cdot 5)]$;
$C = 2 + 10 \cdot [632 + 10 \cdot (14 + 14 : 7)]$;
$D = 40 + 3 \cdot \{32 : 8 + 3 \cdot [50 + 3 \cdot (200 : 4 - 98 : 2)]\}$.

65. Știind că $a + b = 14$ și $b + c = 9$, calculați:

a) $2 \cdot a + 5 \cdot b + 3 \cdot c$; b) $3 \cdot a + 5 \cdot b + 2 \cdot c$; c) $a + 8 \cdot b + 7 \cdot c$.

66. Aflați x din:

a) $(12 + x) + 14 = 4 \cdot x - 4$; b) $(3 \cdot x + 2) : 4 - 2 = 3$;
c) $[(x + 3) \cdot 3 + 3] \cdot 3 + 3 = 102$; d) $5 \cdot x : 2 = 2\,525$.

67. Alexandra, Andreea și Adi au împreună 100 de lei. Alexandra și Andreea au împreună 55 de lei, iar Adi și Andreea au împreună 75 de lei. Câți lei rămân fiecăruia dacă la restaurant Alexandra a cumpărat o salată de pui și un suc de mere, Adi o salată de ton și un suc de pere, Andreea o salată de fructe și un suc de pere, iar în lista de prețuri figura: salată de ton 4 lei, salată de pui 3 lei, suc de pere 1 leu, suc de mere 2 lei, salată de fructe 3 lei?

68. Alexandra citește o carte. Luni citește $\frac{1}{4}$ din carte, marți citește $\frac{1}{4}$ din ce i-a mai rămas și așa mai departe, până vineri când schimbă regula, citind câte o treime din ce îi mai rămâne din ziua precedentă. Duminică, după ce a citit $\frac{1}{3}$ din cât mai avea, constată că mai are de citit 24 de pagini. Câte pagini are cartea Alexandrei?

69. Mihaela și Andreea rezolvă probleme din *Gazeta Matematică*. Numărul problemelor rezolvate de Mihaela reprezintă $\frac{7}{4}$ din numărul problemelor rezolvate de Andreea. Se știe, de asemenea, că Andreea a rezolvat cu 120 de probleme mai puține decât Mihaela. Câte probleme a rezolvat fiecare?

70. a) În anul 2012, la Constanța s-a desfășurat cea de-a 63-a Olimpiadă Națională de Matematică. Scrieți cu cifre romane numărul 63.

b) Ultimul capitol al unei cărți este capitolul XXVIII. Câte capitole are cartea?

PE-PP 2. Recapitulare şi sistematizare prin teste

✷ TESTUL 1 ✷

I. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

1. Rezultatul calculului 40 + 60 : (3 · 50 · 5 : 750) este ....

2. Suma numerelor 411 şi 1 999 este mai mare decât diferenţa numerelor 1 009 şi 409 cu ....

3. Produsul numerelor 75 şi 15 este mai mare decât câtul numerelor 60 şi 4 de ... ori.

II. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Suma a două numere este 162. Dacă împărţim primul număr la al doilea obţinem câtul 2 şi restul 12. Cel mai mic dintre numere este:
A. 75; B. 62; C. 50; D. 12.

2. Diferenţa a două numere este 62. Dacă împărţim primul număr la al doilea obţinem câtul 2 şi restul 12. Cel mai mare dintre numere este:
A. 112; B. 162; C. 62; D. 87.

3. Sorina creşte 25 de porumbei albi şi gri. Numărul porumbeilor albi este de 4 ori mai mare decât numărul porumbeilor gri. Numărul porumbeilor gri crescuţi de Sorina este egal cu:
A. 5; B. 4; C. 6; D. 10.

III. Scrieţi în căsuţa alăturată litera A, dacă afirmaţia este adevărată, sau litera F, dacă afirmaţia este falsă.

1. Cel mai mare număr par care are trei cifre distincte este 986. ☐

2. Numărul care împărţit la 7 dă câtul 28 şi restul 5 este 201. ☐

3. Numărul 2 024 este de 4 ori mai mare decât 560. ☐

IV. Uniţi, prin săgeţi, fiecare enunţ aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

A	B
1. 3 047 + 583 =	a) 3 631;
2. 5 003 – 1 372 =	b) 3 637;
3. 21 822 : 6 =	c) 3 630;
	d) 3 641.

V. Scrieţi rezolvările complete.

1. Calculaţi:

$$a = (9 \cdot 8 + 7 + 6) : (3 + 2) + 1,\ b = 800 : 80 - 80 : 8 \text{ şi } c = 7 \cdot a - 3 \cdot b.$$

2. Scrieţi cu cifre romane numerele:
a) 365; b) 1 442; c) 1 974.

Capitolul I
Numere naturale

PP Competenţe specifice
Exemple de activităţi de învăţare

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate

- *Scrierea şi citirea numerelor naturale în sistemul de numeraţie zecimal*
- *Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conţin date referitoare la o situaţie practică*
- *Identificarea unui număr natural pe baza unor condiţii impuse cifrelor sale*
- *Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date*

2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora

- *Efectuarea operaţiilor aritmetice cu numere naturale*
- *Efectuarea de calcule utilizând factorul comun*
- *Efectuarea operaţiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice*
- *Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate*

3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitate

- *Utilizarea algoritmului împărţirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărţitul şi împărţitorul au una sau mai multe cifre*
- *Aproximarea/estimarea rezultatelor obţinute prin utilizarea algoritmului împărţirii*
- *Calcularea unor expresii numerice care conţin paranteze (rotunde, pătrate şi acolade), cu respectarea ordinii efectuării operaţiilor*
- *Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale*
- *Determinarea unui număr natural pe baza unor condiţii impuse cifrelor sale (de exemplu, determinaţi numerele de forma* $\overline{a2b5}$*, ştiind că produsul cifrelor sale este 120)*

4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări şi ale operaţiilor cu numere naturale

- *Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea şi ordonarea numerelor naturale*
- *Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale*
- *Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat*
- *Exprimarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime*

5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- *Evidenţierea avantajelor folosirii proprietăţilor operaţiilor cu numere naturale în diferite contexte*

- *Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)*
- *Determinarea unor numere naturale care respectă anumite condiții (de exemplu, determinați numerele prime a și b, știind că $3a + 2b = 16$)*
- *Compararea a două numere naturale scrise sub formă de puteri folosind aducerea la aceeași bază sau la același exponent*
- *Aplicarea criteriilor de divizibilitate a numerelor naturale pentru situații cotidiene*
- *Estimarea ordinului de mărime a numerelor de forma 2n, pornind de la probleme practice (de exemplu, foi de hârtie îndoite consecutiv, povestea tablei de șah)*
- *Realizarea unor estimări utilizând procente (de exemplu, cunoscând numărul elevilor de gimnaziu dintr-un oraș și faptul că aproximativ 2% dintre aceștia studiază un instrument muzical, estimați numărul de elevi de gimnaziu care studiază un instrument muzical)*
- *Stabilirea valorii de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice*

6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului

- *Modelarea unor probleme practice utilizând metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers)*
- *Evidențierea unor situații în care metoda de rezolvare propusă este aplicată incorect*
- *Exemplificarea, folosind gândirea critică, a unor probleme cu date insuficiente, a unor probleme cu date contradictorii*
- *Formularea unei probleme pe baza unei scheme sau reguli date și rezolvarea acesteia prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers*

Unitatea 1. Numere naturale

PE-PP 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Numerele se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

Exemplu: Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „∩”, babilonienii au folosit simbolul „<”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare și de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor:**

- scrierea **nepozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **pozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere pozițională, care folosește **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

În acest sistem de numerație, 10 **unități** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere pozițională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziția) unde este scrisă.

Exemplu: În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori și, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unități**, **3 zeci de mii** și **3 milioane**.

Observaţie: Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

Un număr natural oarecare de două cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{ab}$, unde a și b desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică:

$$\overline{ab} = a \cdot 10 + b.$$

Exemple: $17 = 1 \cdot 10 + 7$; $53 = 5 \cdot 10 + 3$; $77 = 7 \cdot 10 + 7$.

Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{abc}$, unde a, b și c desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

Exemple: $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$; $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$; $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$.

Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, …, 9, 10, 11, … formează șirul numerelor naturale.

Dacă n este un număr natural oarecare, atunci $n - 1$ este **predecesorul** său, $n + 1$ este **succesorul** său, iar numerele $n - 1$ și n, respectiv n și $n + 1$ se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități, zeci și sute.** La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

<table>
<tr><td>sute</td><td>zeci</td><td>unități</td><td>sute</td><td>zeci</td><td>unități</td><td>sute</td><td>zeci</td><td>unități</td><td>sute</td><td>zeci</td><td>unități</td></tr>
<tr><td colspan="3">clasa miliardelor</td><td colspan="3">clasa milioanelor</td><td colspan="3">clasa miilor</td><td colspan="3">clasa unităților</td></tr>
</table>

Exemplu:

Citiți numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

Rezolvare: Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

a) două milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;

b) patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;

c) o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

Observaţie: Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele **reguli**:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

Exemple: XII = 10 + 1 + 1 = 12;
XXV = 10 + 10 + 5 = 25;
MDL = 1 000 + 500 + 50 = 1 550.

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

Exemple: IX = 10 – 1 = 9; XL = 50 – 10 = 40; XC = 100 – 10 = 90;
CD = 500 – 100 = 400; CM = 1 000 – 100 = 900.

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.

4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.

5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

Exemple: $\overline{\mathrm{X}}$ reprezintă 10 000; $\overline{\mathrm{L}}$ reprezintă 50 000; $\overline{\mathrm{XC}}$ reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

Exemple: 24 = 20 + 4 și 20 = XX, 4 = IV, iar numărul se scrie 24 = XXIV;
342 = 300 + 40 + 2 și 300 = CCC, 40 = XL, 2 = II, iar numărul se scrie 342 = CCCXLII;
1 957 = 1 000 + 900 + 50 + 7 și avem 1 000 = M, 900 = CM, 50 = L, 7 = VII, iar numărul se scrie 1 957 = MCMLVII.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:
a) două sute trei; b) șapte sute patruzeci;
c) nouă mii nouă; d) cincizeci și șapte de mii patru sute;
e) trei miliarde patru sute; f) douăzeci și două de miliarde treizeci.

2. Citiți următoarele numere naturale:
a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407;
b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030.

3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:
a) o mie opt; b) unsprezece mii șaptezeci și opt;
c) două sute trei mii șase sute unu; d) un milion șaizeci și două de mii trei sute cinci.

4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?
b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?
c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?

5. Scrieți toate numerele naturale:
a) mai mici decât 8;
b) mai mici sau cel mult egale cu 12;
c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;
d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17.

6. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:

a) 127; b) 2 137; c) 53; d) 27 385;
e) 705; f) 230; g) 20 035; h) 705 102.

7. Fie a, b, c, d cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:

a) $\overline{abc}$; b) $\overline{ab}$; c) $\overline{abcd}$; d) $\overline{aab}$;
e) $\overline{aaaa}$; f) $\overline{a0b}$; g) $\overline{ab0cd}$; h) $\overline{aab0c0}$.

8. Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:

a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$; b) $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$;
c) $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$; d) $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$.

9. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:

a) $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$;
b) $3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$;
c) $3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10 + 7$.

10. Se știe că a, b, c, d sunt cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere ca numere în sistemul zecimal:

a) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$; b) $a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$;
c) $100a + 10a + a$; d) $1\,000a + 10b + c$;
e) $10\,000a + 1\,000b + 100a + 10b + c$; f) $1\,000a + 100b$;
g) $1\,000a + 10b + c$; h) $10\,000a + 1\,000b + 10c$.

11. Scrieți cu ajutorul literelor un număr natural:

a) de patru cifre, astfel încât primele două cifre sunt identice;
b) de patru cifre, cu cifra sutelor 7 și cifra zecilor 2.

12. Scrieți cu cifre romane numerele: 37, 42, 735, 1 992, 2 001, 3 757.

13. Scrieți cu cifre arabe numerele: CIV; CDLXXV; CMXXXVIII; MCMXCVIII.

14. Citiți numerele: XXVII, XLVI, XIV, XXII, LX, MCM, CIX, DCXX, MCMIV, XLVIII, $\overline{\mathrm{X}}$, $\overline{\mathrm{XC}}$, $\overline{\mathrm{L}}$, $\overline{\mathrm{XL}}$, $\overline{\mathrm{XCV}}$.

15. Scrieți cu cifre romane următoarele numere scrise cu cifre arabe:

a) 37; b) 145; c) 2 769; d) 957; e) 2 000.

16. Scrieți cu cifre arabe următoarele numere scrise cu cifre romane:

a) XIV; b) XXVII; c) MDCCLXXXVI; d) MCMLX.

PE Aplicare și exersare **

17. Scrieți toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele:

a) 1, 7, 4; b) 5, 0, 9.

18. Aflați cel mai mic număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma $\overline{abc}$; b) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$;
c) este de forma $\overline{aab}$; d) este de forma $\overline{aa1bc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$.

19. Aflați cel mai mare număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma $\overline{aa}$; b) este de forma $\overline{abc}$;
c) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$; d) este de forma $\overline{a9bb}$ și $a \neq b$.

20. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{a1bb}$, cu $a \neq b \neq 1$.

21. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{xy56}$ pentru care $x + y = 5$, $x \neq y$.

22. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ în care x, y, z, t sunt:

a) numere consecutive cu $x < y < z < t$;
b) numere consecutive cu $x > y > z > t$.

23. Determinați numărul natural de forma $\overline{ab}$ scris în baza 10 pentru care $\overline{ab} = 5a + 3b$.

24. Fie $\overline{abc}$ un număr natural de trei cifre, unde a, b, c sunt cifre impare consecutive.

a) Scrieți cel mai mic număr de această formă.
b) Scrieți cel mai mare număr de această formă.

25. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre, formate cu cifre consecutive și ordonați-le crescător.

26. a) Scrieți numerele naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 0, 2 și 7.
b) Scrieți numerele naturale de două cifre ce se pot forma cu cifrele 1, 4 și 9.

27. Determinați toate numerele naturale scrise în baza 10, știind că:

a) $\overline{ab} = \overline{ba}$; b) $\overline{ab7} = \overline{b7a}$.

28. Determinați x, știind că:

a) $\overline{2x3} + 154 = 377$; b) $\overline{1x7} \cdot 7 = 1\,029$.

29. Aflați cifra a, știind că: $\overline{aa} + a = 72$.

30. Aflați cifra a din sistemul zecimal care verifică egalitatea $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 369$.

31. Determinați numerele naturale consecutive $\overline{ab}$ și $\overline{ac}$ pentru care $\overline{ab} + \overline{ac} = 113$.

32. Determinați numerele naturale scrise în baza zece de forma $\overline{ab}$ pentru care:

$$\overline{ab} = 4 \cdot (a + b).$$

33. Aflați numărul $\overline{abcd}$ care verifică egalitatea: $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3\,102$.

PE Aprofundare și performanță ***

34. Verificați dacă următoarele egalități sunt adevărate:

a) $\overline{aa} = 11a$; b) $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$; c) $\overline{a00a} = 1\,001 \cdot a$.

35. Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$, astfel încât 5 se împarte exact prin numărul $(a + b)$.

36. Aflați cifrele a, b, c (în baza 10), știind că: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$.

37. Calculați câte numere scrise în baza 10 de forma $\overline{1a7}$ există. Dar de forma $\overline{ab5}$?

38. Mutați o singură cifră la locul potrivit pentru a obține egalitate:

a) VI + IX = XVII; b) X – VI = VI; c) CC + IX = CCXI;
d) CXC + I = CCXI; e) MIX + IX = M; f) XL – XV = XIV + IX.

39. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{xyz}$ cu x, y, z distincte și pentru care $x + z = y$, $y \le 4$.

40. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y = z + t = 4$, iar x, y, z, t să fie distincte.

41. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y + z = t$, iar x, y, z, t să fie distincte și nenule, $t < 7$.

42. Scrieți toate numerele naturale formate din trei cifre identice, astfel încât suma cifrelor să fie cuprinsă între 10 și 25.

43. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{ab57}$, astfel încât $a + b = 11$.

44. Determinați numerele naturale de forma $\overline{24ab}$, astfel încât suma cifrelor să fie 13.

45. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ cu cifre distincte astfel încât:

$$a + d = b + c = 7.$$

46. Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11, … .

a) Completați șirul cu încă 3 termeni.
b) Determinați al 20-lea termen al șirului.
c) Determinați al câtelea termen în șir este 8 051.

47. Calculați câte numere naturale cuprinse între 100 și 190 conțin:

a) cifra 1; b) cifrele 1 și 5; c) două cifre identice.

48. Fie șirul de numere naturale a_1, a_2, a_3, …, a_n, unde $a_n = 3 \cdot n - 1$, n număr natural nenul.

a) Scrieți primii 5 termeni ai șirului.
b) Scrieți termenii de pe locurile 17, 1 017 și 2 017.
c) Verificați dacă numerele 98, 299 și 6 035 sunt termeni ai acestui șir.

PE-PP **Supermate ******

49. Determinați cifra de pe poziția 2 023 a numărului $15255355545555\ldots2023\underbrace{55\ldots5}_{2023 \text{ cifre}}$.

50. Determinați al 11-lea număr din șirul de numere 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … .

PE-PP

2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Estimări, aproximări

Axa numerelor este **o dreaptă** d pe care se fixează un punct O, numit **origine**, un **sens pozitiv** și un segment OI, numit **unitate de măsură** (figura 1).

În acest fel fiecărui număr natural îi corespunde pe axă un punct (figura 2):

- numărului 0 îi corespunde punctul O;
- numărului 1 îi corespunde punctul I;
- numărului n îi corespunde punctul P, care se obține măsurând pe axă, de la punctul O în sens pozitiv, n unități de măsură. Se spune că punctul P are **coordonata** n. (În figura 2, O are *coordonata* 0, I are *coordonata* 1, A are *coordonata* 2, B are *coordonata* 3, M are *coordonata* 4, N are *coordonata* 5.)

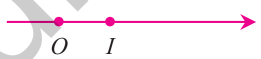


Fig. 1

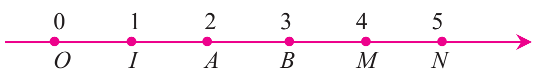


Fig. 2

Observații:

- Orice număr diferit de 0 se numește **nenul**. Dacă a este un număr natural nenul, scriem $a \neq 0$ și citim „numărul a este diferit de zero”.
- Urmărind figura 2, se poate observa că oricare **două puncte consecutive de pe axa numerelor se află la aceeași distanță unul de altul.**
- Pe axă, numerele mai mari sunt așezate la dreapta numerelor mai mici.

Unitatea 3. Puteri

PE-PP 1. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural

Dacă n este un număr natural, $n \geq 2$, atunci **puterea a n-a** a numărului natural a se notează cu a^n (citim „a la puterea n") și este prin *definiție*:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$$

unde a este **baza puterii**, iar n, **exponentul puterii**.

Puterea zero a numărului natural nenul a este prin definiție 1, notăm $a^0 = 1$ și citim „a la puterea zero este egal cu unu".

Puterea întâi a numărului natural a este a, notăm $a^1 = a$ și citim „a la puterea întâi este egal cu a".

Observație: Nu se definește 0^0 sau, altfel spus, 0^0 nu are sens.

Operația prin care se obține puterea unui număr natural se numește **ridicarea la putere**.

Oricare ar fi numerele naturale a, m și n, $a \neq 0$, au loc următoarele **reguli de calcul:**

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	←	– Cum se înmulțesc două puteri care au aceeași bază? – Se scrie baza și se adună exponenții.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$	←	– Cum se împart două puteri care au aceeași bază? – Se scrie baza și se scad exponenții.
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	←	– Cum se ridică o putere la altă putere? – Se scrie baza și se înmulțesc exponenții.
4. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	←	– Cum se ridică un produs la o putere? – Se ridică fiecare factor al produsului la puterea respectivă.
5. $(a : b)^m = a^m : b^m$	←	– Cum se ridică un cât la o putere? – Se ridică fiecare factor al câtului la puterea respectivă.

Observații:

Folosirea parantezelor și alte reguli de calcul

- Dacă nu sunt paranteze, operațiile se efectuează de la stânga la dreapta, în următoarea ordine:
  1) ridicările la putere;
  2) înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sunt scrise;
  3) adunările și scăderile, în ordinea în care sunt scrise.
- Dacă sunt paranteze, se fac calculele din parantezele rotunde, apoi calculele din parantezele pătrate și în final se efectuează calculele din acolade.
- Pentru efectuarea rapidă a unor calcule se recomandă memorarea unor puteri ale numerelor 2, 3, 4 și 5.

$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$
$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$
$5^1 = 5$	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$

Exemplu: Arătați că $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100} < 2^{101}$.

Rezolvare: Fie $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100}$.

Se calculează: $2x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{100} + 2^{101}$.

Se efectuează $2x - x = 2^{101} - 1 \Rightarrow x = 2^{101} - 1$ și cum $2^{101} - 1 < 2^{101} \Rightarrow x < 2^{101}$, adică $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100} < 2^{101}$.

Observație: Analog se calculează sumele de forma: $1 + a + a^2 + \ldots + a^n$, unde a și n sunt numere naturale nenule.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. a) Calculați: 2^4; 3^3; 7^3; 8^2; 1^{2023}; $2\,024^0$; 5^4; $2\,025^1$; 11^3; 12^2; 10^3; 101^2; 17^2; 5^3; 2^7; 45^2; 67^2; 11^2.

b) Calculați: $2^3 + 5^2$; $3^2 - 2^3$; $2^4 \cdot 5^2$; $4^3 : 2^2$; $3^2 \cdot 7 - 1$.

c) Scrieți ca putere a lui 2 numerele: 4, 64, 16, 1, 8, 4^2, 8^3, 64^5.

d) Scrieți ca putere a lui 3 numerele: 1, 81, 9, 27^5, 9^{16}, 81^{14}.

2. Scrieți sub formă de putere:

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^0 \cdot 2$; b) $5^3 \cdot 5^5 \cdot 5 \cdot 5^{10}$; c) $27 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 3^0$;
d) $4^2 \cdot 8^3 \cdot 2^5 \cdot 16$; e) $47 \cdot 47^2 \cdot 47^5$; f) $5^0 \cdot 5^1 \cdot 5^2 \cdot 125 \cdot 625$.

3. Calculați:

a) $2^5 + 6^3$; b) $5^2 - 3^2$; c) $2^3 + 2^4 + 2^1$;
d) $14^2 - 10^2 - 8^2$; e) $2^5 - 2^3 + 9^0$; f) $7^3 - 14^2 - 7^1$;
g) $5^0 + 5^1 + 5^2$; h) $4^3 - 3^3 + 5^0$; i) $2^3 + 5^3 + 2 \cdot 3$.

4. Efectuați:

a) $(7 - 3)^3$; b) $(2 + 3)^2$; c) $12^2 - 5^2$;
d) $40^2 + 30^2$; e) $50^2 - 30^2$; f) $2^4 + 3^2 \cdot 2 \cdot 5^0$;
g) $5^2 - 3^2 + 4^2$; h) $15^2 - 2^2 \cdot 3^2$; i) $5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2$.

5§§. Calculați:

a) $2^{17} \cdot 2^{21}$; b) $3^{45} \cdot 3^{87} \cdot 3^{55}$; c) $7^{19} \cdot 7^{83} \cdot 7$; d) $2^{47} : 2^{39}$;
e) $5^{108} : 5^{72}$; f) $2^{37} \cdot 2^{47} : 2^{50}$; g) $\left(10^{12}\right)^{15}$; h) $\left(2^{17}\right)^{8} \cdot 2^{31}$;
i) $3^{108} : \left(3^{15}\right)^{6}$; j) $\left(3^{7} \cdot 5^{12}\right)^{2}$; k) $\left(2^{10} \cdot 3^{7}\right)^{9} : \left(2^{5} \cdot 3^{6}\right)^{10}$.

6*. Efectuați:

a) $\left(5^{17} \cdot 5^{18} + 7^{23} : 7^{15}\right) : \left(7 \cdot 7^2 \cdot 7^5 + 5^{50} : 5^{15}\right)$;

b) $\left[\left(2^{10}\right)^{8} + 6^5 \cdot 3^7 + 2^{3^2}\right] : \left[\left(2^5\right)^{16} + 6^{12} : 2^7 + 2^9\right]$.

7. Pentru $x = 5$ și $y = 3$, verificați dacă fiecare din următoarele egalități este adevărată:

a) $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$; b) $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$; c) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$.

---

§§ Exercițiile marcate cu * sunt facultative.

8. Fie egalitatea $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$. Verificați egalitatea pentru:

a) $x = y = z = 10$;
b) $x = 2$; $y = 3$; $z = 4$.

PE Aplicare și exersare **

9. Aflați numerele naturale x și y care verifică egalitatea: $2^x + 2^y = 24$.

10. Aflați numerele naturale x, y și z care verifică egalitatea: $2^x + 2^y + 2^z = 28$.

11. Aflați numerele naturale nenule x, y și z care verifică egalitatea: $2^x + 3^y + 5^z = 68$.

12. Aflați numărul natural x știind că:

a) $2^x = 8$;
b) $2^x \cdot 4 = 32$;
c) $8^x \cdot 16 = 128$.

13. Arătați că: $2(1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{50}) < 3^{51}$.

14. Fie numerele a și b. Arătați că $a = b$.

$$a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{100} + 2^{101} \quad \text{și} \quad b = 3(1 + 4 + 4^2 + \ldots + 4^{50}).$$

15. Arătați că: $(a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \ldots + a + 1) = a^n - 1$.

16. Scrieți numărul $2^{10} - 1$ ca o sumă de 10 puteri consecutive ale lui 2.

17. Calculați:

a) $(4 + 3)^3 - (4 - 3)^{10}$;
b) $(10^3 - 125 \cdot 2^3) : 123^{123}$;
c) $[(10^3 : 5^2 : 8 + 3^2 \cdot 5^2) : 3^0] \cdot 2^{2^0}$;
d) $\{[(12^2 + 5^2) : 13]^2 - 2^7 - 2^0\} : 2^3$.

PE Aprofundare și performanță ***

18*. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $(4^x)^2 = 2^8$;
b) $(10^x)^5 \cdot 100 = (2^4 \cdot 5^4)^8$;
c) $(5^2)^{x+3} = 5^{4x} \cdot 5^2$;
d) $x : (2^3)^0 = 1$;
e) $(3^x)^5 = 3^{10} \cdot 3^5$;
f) $(7^4)^x = (7^5)^{2^2}$;
g) $x : (2^2 \cdot 2^3) = 4$;
h) $x + (2^2)^5 = 2^3 \cdot 2^7$.

19. Descompuneți în produs, folosind factorul comun:

a) $4^5 + 4^8 - 4^4$;
b) $3^3 + 6^5 + 3^4$;
c) $x^2 + x^3 + x^4$;
d) $5^3 \cdot 6 + 5^4 \cdot 7$;
e) $3x^2y + 2xy^2 + 4xy$;
f) $7^5 \cdot x + 7^4 \cdot y + 49z$.

20. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $3^x + 3^{x-1} = 4$;
b) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 40$;
c) $5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x = 81$;
d) $3^{2x+1} - 3^{2x} - 3^{2x-1} - 3^{2x-2} - 3^{2x-3} = 123$.

21. Calculați:

a) $(16 \cdot 12^{10} - 4 \cdot 12^{10}) : 12^{11}$;
b) $15^2 - (14 \cdot 15 + 15) : 15^2$;
c) $10^3 \cdot 85 - 10^3 \cdot 61 - 3\,000$;
d) $5^{11} - (6 \cdot 5^{10} - 2 \cdot 5^{10})$.

22. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $x^2 : 2^2 = 3^2$;
b) $25^2 - x = 24^2$;
c) $x : 10^3 = 10^0$;
d) $441 : x = 21^2$;
e) $x - 2^5 = 5^3$;
f) $324 : x = (3^2 \cdot 2)^2$.

PE-PP Supermate ****

23. Determinați numerele naturale x, y și z știind că $x < y < z$ și $3^x + 2 \cdot 3^y + 2 \cdot 3^z = 225$.

24. Determinați numerele naturale a, b și c care verifică egalitatea $2^{2a+1} + 2^{3b} + 2^{2c} = 112$.

25. Dacă a și b sunt cifre consecutive în baza zece și $a > b$, arătați că:

$$\overline{aaa} + 333^2 = \overline{111bbb}.$$

Capitolul II
Fracţii ordinare. Fracţii zecimale

PP Competenţe specifice
Exemple de activităţi de învăţare

1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate

- *Utilizarea unor reprezentări grafice variate pentru ilustrarea fracțiilor echiunitare, subunitare, supraunitare*
- *Verificarea echivalenței a două fracții prin diferite reprezentări*
- *Scrierea unui procent sub formă de fracție ordinară (de exemplu, 20% se scrie 20/100)*
- *Identificarea unor date statistice din diagrame, tabele sau grafice*

2.2. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora

- *Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice*
- *Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție ordinară*
- *Înmulțirea și împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 10, 100, 1 000*
- *Scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un produs dintre un număr zecimal și o putere a lui 10; scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un cât dintre un număr zecimal și o putere a lui 10*
- *Calcularea unei fracții echivalente cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare*
- *Simplificarea unei fracții ordinare în vederea obținerii unei fracții ireductibile (prin simplificări succesive, dacă este cazul)*
- *Efectuarea de operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/sau ordinară*

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale

- *Aplicarea algoritmilor de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural sau la o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule*
- *Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale și invers*
- *Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții*

4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date

- *Încadrarea unei fracții zecimale între două numere naturale consecutive*
- *Utilizarea limbajului specific pentru determinarea unei fracții dintr-un număr natural n, multiplu al numitorului fracției*
- *Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare (inclusiv schimburi valutare)*

5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- *Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule folosind aproximarea acestora*

- *Analizarea unor scheme, modele sau algoritmi pentru rezolvarea unor probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale și ordinea efectuării operațiilor*
- *Evidențierea, pe cazuri concrete, a relației dintre volum și capacitate*
- *Estimarea măsurilor unor mărimi caracteristice ale unor obiecte din mediul înconjurător (capacitate, masă, preț)*
- *Estimarea mediei unui set de date; compararea estimării cu valoarea determinată prin calcule*

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

- *Formularea unor probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și rezolvarea acestora prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda mersului invers etc.)*
- *Reprezentarea datelor statistice folosind softuri matematice*
- *Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.)*

Unitatea 1. Fracţii ordinare

PE-PP

1. Fracţii ordinare. Reprezentarea fracţiilor prin desene

Fracția ordinară (pe scurt fracția) este o pereche de numere naturale m și n, cu $n \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{m}{n}$, unde m este **numărătorul** fracției și n este **numitorul** fracției.

Numărătorul este separat de **numitor** prin **linia de fracție**.

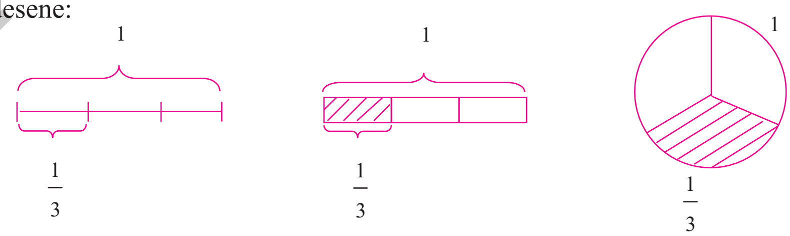
Numitorul unei fracții arată în câte părți egale a fost împărțit întregul (numește părțile), iar **numărătorul** arată câte părți au fost luate din întreg (numără părțile).

Observaţie: Fracția $\frac{m}{n}$ este definită dacă și numai dacă $n \neq 0$.

Oricare ar fi n un număr natural, avem:

$$\frac{0}{n} = 0 \ (n \neq 0) \text{ și } \frac{n}{1} = n.$$

Fracțiile pot fi reprezentate cu ajutorul unor desene. De exemplu, fracția $\frac{1}{3}$ din următoarele desene:



● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți fracțiile corespunzătoare pentru:

a) două treimi; b) cinci pătrimi; c) o doime;
d) patru cincimi; e) trei doimi; f) opt zecimi;
g) trei șesimi; h) șapte doimi; i) nouă treimi.

2. Scrieți cu ajutorul fracțiilor ce parte din întreg reprezintă partea hașurată în figurile:

a)

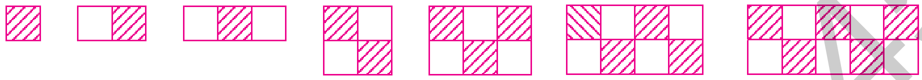


Fig. 1 *Fig. 2* *Fig. 3* *Fig. 4* *Fig. 5* *Fig. 6* *Fig. 7*

b)

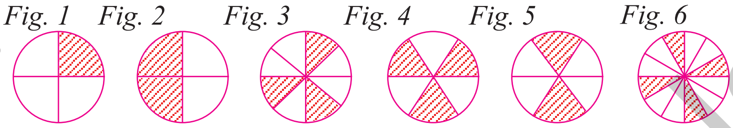


Fig. 1 *Fig. 2* *Fig. 3* *Fig. 4* *Fig. 5* *Fig. 6*

3. Scrieți fracțiile reprezentate în următoarele desene:

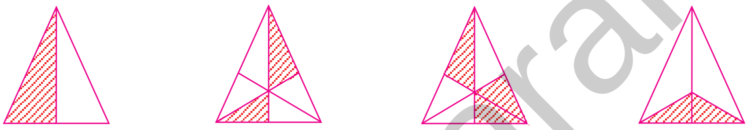


Fig. 1 *Fig. 2* *Fig. 3* *Fig. 4*

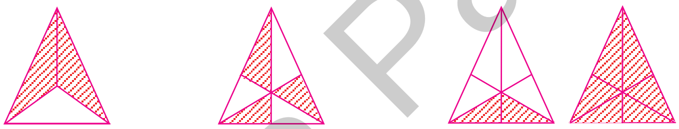


Fig. 5 *Fig. 6* *Fig. 7*

4. Reprezentați cu ajutorul unor desene următoarele fracții:

a) $\frac{5}{8}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{2}{7}$; g) $\frac{3}{4}$; h) $\frac{1}{2}$; i) $\frac{3}{5}$; j) $\frac{2}{3}$.

5. Completați spațiile libere pentru a obține un întreg în scrierile:

$$\frac{\quad}{17};\ \frac{\quad}{23};\ \frac{7}{\quad};\ \frac{29}{\quad};\ \frac{\quad}{57};\ \frac{19}{\quad}.$$

6. Desenați segmente de dreaptă cu următoarele lungimi:

a) $\frac{1}{5}$ dm; b) $\frac{5}{2}$ cm; c) $\frac{1}{4}$ dm; d) $\frac{1}{10}$ dm.

PE Aplicare și exersare **

7. Câte cincimi sunt în:

a) un întreg; b) trei întregi; c) cinci întregi?

8. Ce parte dintr-o oră reprezintă:

a) un minut; b) 10 minute; c) 45 de minute;
d) 20 de minute; e) 50 de minute; f) 90 de minute?

9. Ce parte dintr-o săptămână reprezintă:
a) o zi; b) trei zile; c) cinci zile; d) 28 de zile?

10. Ce parte dintr-un an reprezintă:
a) o lună; b) 4 luni; c) 6 luni?

11. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, știind că a este egal cu 1, cu 3 sau cu 5, iar b este egal cu 2 sau cu 7.

12. Scrieți fracțiile care au numitorul 18, iar numărătorii sunt divizorii naturali ai lui 18.

13. Scrieți fracțiile care au:
a) numitorul pătrat perfect de două cifre și numărătorul cu 7 mai mic decât acesta;
b) numitorul 10 și numărătorul de o cifră impară;
c) numărătorul de forma $\overline{x2}$, unde $\overline{x2} \,\vdots\, 3$ și numitorul cu 5 mai mare decât acesta.

PE Aprofundare și performanță ***

14. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{1x}}{\overline{3y}}$, $x \neq y$, unde $\overline{1x}$, $\overline{3y}$ sunt prime.

15. Determinați $x \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{18}{x}$ să fie număr natural.

16. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale nenule, $a \leq 3$ și $b < 4$.

17. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{3x}}{47}$, unde $5 \mid \overline{3x}$.

18. Determinați toate fracțiile cu numărătorul 3 și numitorul de forma $\overline{x5}$, unde $2 < x \leq 7$.

19. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{2x0}}{\overline{35y}}$, unde $x \neq y$, $2 \mid \overline{2x0}$ și $3 \mid \overline{35y}$.

20. Determinați numerele naturale x pentru care sunt definite fracțiile:
$$\frac{18}{x-3};\ \frac{1}{x+1};\ \frac{35}{x};\ \frac{24}{12-x};\ \frac{17}{2x-2};\ \frac{57}{x(x-1)};\ \frac{19}{(x+7)(x-2)}.$$

PE-PP Supermate ****

21. Scrieți toate fracțiile de forma:
a) $\frac{a-1}{a+1}$, unde a este număr natural și $3 \leq a \leq 9$;
b) $\frac{a}{b}$, unde a este egal cu 1 sau 2 și b este egal cu 5 sau 7.

22. Fie fracția $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$. Scrieți a_1, a_2, a_3 și a_{100}.

23. Se consideră șirul de fracții: $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \ldots$.
a) Scrieți următoarele trei fracții din șir. b) Scrieți a 100-a fracție din șir.
c) Scrieți fracția aflată pe locul n în șirul dat.

Unitatea 2. Operaţii cu fracţii ordinare

PE-PP 1. Adunarea şi scăderea fracţiilor ordinare

Fracţii cu acelaşi numitor

Pentru a aduna două fracții ordinare care au același numitor, se adună numărătorii și se păstrează numitorul comun. Fracția obținută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m}.$$

Exemplu: $\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{3+5}{10}=\frac{8^{(2}}{10}=\frac{4}{5}.$

Pentru a scădea două fracții ordinare care au același numitor, se scad numărătorii și se păstrează numitorul comun. Fracția obținută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.$$

Exemplu: $\frac{7}{16}-\frac{3}{16}=\frac{7-3}{16}=\frac{4^{(4}}{16}=\frac{1}{4}.$

Fracții cu numitori diferiți

Pentru a aduna sau scădea două fracții care au numitorii diferiți se aduc mai întâi fracțiile la același numitor și apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

Reţinem!

Pentru a aduce fracțiile la același numitor se parcurg următoarele etape:
- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se stabilește numitorul comun care este cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se amplifică fiecare fracție cu câtul dintre numitorul comun determinat și numitorul fracției respective.

Exemplu: Pentru a calcula suma $\frac{17}{20}+\frac{7}{15}$ sau diferența $\frac{17}{20}-\frac{7}{15}$ se procedează astfel:

- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor:
  – multiplii lui 20 sunt: 20, 40, 60, 80, …;
  – multiplii lui 15 sunt: 15, 30, 45, 60, 75, … .

Rezultă că cel mai mic multiplu comun al numitorilor este 60. Așadar:
- numitorul comun este 60;
- se amplifică fracția $\frac{17}{20}$ cu câtul dintre 60 și 20, adică cu 3, și se obține ${}^{3)}\frac{17}{20}=\frac{51}{60}$;
- se amplifică și fracția $\frac{7}{15}$ cu câtul dintre 60 și 15, adică cu 4, și se obține ${}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{28}{60}$.

Atunci:

– **suma** fracțiilor $\frac{17}{20}$ și $\frac{7}{15}$ este

$${}^{3)}\frac{17}{20}+{}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{51}{60}+\frac{28}{60}=\frac{79}{60};$$

– **diferența** fracțiilor $\frac{17}{20}$ și $\frac{7}{15}$ este

$${}^{3)}\frac{17}{20}-{}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{51}{60}-\frac{28}{60}=\frac{23}{60}.$$

Observații:

- Dacă fracțiile care se adună sau se scad nu sunt ireductibile, este preferabil să se simplifice până devin ireductibile și apoi să se aducă la același numitor.
- Rezultatul adunării sau scăderii trebuie, de asemenea, să fie exprimat printr-o fracție ireductibilă.
- Să remarcăm că, pentru două fracții oarecare $\frac{a}{m}$ și $\frac{b}{n}$, dacă amplificăm prima fracție cu numitorul celei de a doua și pe a doua cu numitorul primei fracții, obținem două fracții care au același numitor $m \cdot n$. Într-adevăr:

$$^{n)}\frac{a}{m} = \frac{a \cdot n}{m \cdot n} \text{ și } ^{m)}\frac{b}{n} = \frac{m \cdot b}{m \cdot n}.$$

Această remarcă poate fi utilizată la adunarea și scăderea fracțiilor, doar că se lucrează cu numere mai mari decât atunci când luăm ca numitor comun pe cel mai mic multiplu comun al numitorilor.

Exemplu:

$$\frac{17}{20} + \frac{7}{15} = {}^{15)}\frac{17}{20} + {}^{20)}\frac{7}{15} = \frac{17 \cdot 15}{20 \cdot 15} + \frac{7 \cdot 20}{20 \cdot 15} = \frac{255}{300} + \frac{140}{300} = \frac{395}{300}^{(5} = \frac{79}{60}.$$

Exemplu:

$$\frac{17}{20} - \frac{7}{15} = {}^{15)}\frac{17}{20} - {}^{20)}\frac{7}{15} = \frac{17 \cdot 15}{20 \cdot 15} - \frac{7 \cdot 20}{20 \cdot 15} = \frac{255}{300} - \frac{140}{300} = \frac{115}{300}^{(5} = \frac{23}{60}.$$

4. Adunarea respectiv scăderea dintre un număr natural și o fracție ordinară se efectuează scriind numărul natural ca fracție ordinară cu numitorul 1, astfel:

$$n + \frac{a}{b} = {}^{b)}\frac{n}{1} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b + a}{b} \text{ și } n - \frac{a}{b} = {}^{b)}\frac{n}{1} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b - a}{b}.$$

Exemple:

$$5 + \frac{2}{3} = {}^{3)}\frac{5}{1} + \frac{2}{3} = \frac{15+2}{3} = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3} \text{ și } 5 - \frac{2}{3} = \frac{5}{1} - \frac{2}{3} = \frac{15-2}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}.$$

Proprietățile adunării

Adunarea fracțiilor ordinare are aceleași proprietăți ca adunarea numerelor naturale.

1. Adunarea fracțiilor ordinare este **comutativă** (putem schimba ordinea termenilor fără ca rezultatul să se modifice), adică:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$, oricare ar fi fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$, $b \neq 0, d \neq 0$.

Exemplu: $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$.

Calculăm ${}^{5)}\frac{2}{3} + {}^{3)}\frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \mathbf{\frac{19}{15}}$ și ${}^{3)}\frac{3}{5} + {}^{5)}\frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \mathbf{\frac{19}{15}}$, deci am obținut același rezultat, $\mathbf{\frac{19}{15}}$.

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înţelegere *

1. Efectuați adunările:

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$; b) $\frac{37}{53}+\frac{69}{53}$; c) $\frac{17}{40}+\frac{3}{40}$; d) $\frac{93}{137}+\frac{44}{137}$.

2. Efectuați scăderile:

a) $\frac{11}{7}-\frac{4}{7}$; b) $\frac{48}{74}-\frac{11}{74}$; c) $\frac{50}{91}-\frac{43}{91}$; d) $\frac{219}{107}-\frac{5}{107}$.

3. Calculați:

a) $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$; b) $\frac{1}{63}+\frac{3}{63}+\frac{5}{63}$; c) $\frac{17}{152}+\frac{49}{152}+\frac{86}{152}$;

d) $\frac{29}{77}-\frac{13}{77}-\frac{5}{77}$; e) $\frac{11}{4}-\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{5}{4}$; f) $\frac{137}{371}-\frac{35}{371}-\frac{49}{371}-\frac{51}{371}$.

4. Calculați:

a) $\frac{a}{19}+\frac{11a}{19}+\frac{7a}{19}$; b) $\frac{3a}{23}+\frac{17a}{23}+\frac{26a}{23}$; c) $\frac{11x}{49}+\frac{13x}{49}+\frac{25x}{49}$;

d) $\frac{15b}{7}-\frac{3b}{7}-\frac{5b}{7}$; e) $\frac{21y}{11}-\frac{7y}{11}-\frac{3y}{11}$; f) $\frac{29c}{47}-\frac{21c}{47}-\frac{8c}{47}$.

5. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $\frac{1}{2}+\frac{5}{4}$; b) $\frac{1}{9}+\frac{3}{7}$; c) $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$; d) $\frac{10}{39}+\frac{9}{117}$;

e) $\frac{1}{5}+\frac{7}{15}+\frac{5}{8}$; f) $\frac{1}{4}+\frac{7}{24}+\frac{5}{8}$; g) $3+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}$; h) $\frac{3}{11}+\frac{4}{3}+\frac{7}{12}$;

i) $\frac{1}{5}-\frac{1}{7}$; j) $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$; k) $\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$; l) $3-\frac{2}{5}$.

6. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $5\frac{1}{4}+6\frac{1}{10}$; b) $6\frac{1}{4}+5\frac{2}{3}+1\frac{17}{24}$; c) $4\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$; d) $4\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$.

PE Aplicare şi exersare **

7. Efectuați calculele:

a) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}$, $a+b\neq 0$; b) $\frac{a}{a+b+c}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{a+b+c}$, $a+b+c\neq 0$.

8. Scrieți ca o sumă de fracții ordinare cu același numitor:

a) $\frac{7}{11}$; b) $\frac{5}{9}$; c) $\frac{24}{17}$; d) $\frac{6a}{23}$; e) $\frac{2a+5}{5a}$; f) $\frac{a+9}{a+1}$, $a\in\mathbb{N}^*$.

9. a) Calculați fracția cu $\frac{2}{3}$ mai mare decât fracția $\frac{4}{3}$.

b) Calculați fracția cu $\frac{19}{29}$ mai mică decât fracția $\frac{49}{29}$.

PE-PP **Supermate ****

21. Calculați:

a) $\frac{1}{7}+\frac{11}{77}+\frac{111}{777}+\frac{1111}{7\,777}+...+\frac{1111111}{7\,777\,777}$;

b) $\frac{57}{75}+\frac{5\,757}{7\,575}+\frac{575\,757}{757\,575}+\frac{57\,575\,757}{75\,757\,575}+\frac{5\,757\,575\,757}{7\,575\,757\,575}$.

22. Se consideră numerele:

$$x=\frac{1}{5}+\frac{2}{10}+\frac{3}{15}+\frac{4}{20}+...+\frac{2\,014}{10\,070}+\frac{2\,015}{10\,075};$$

$$y=\frac{3}{5}+\frac{6}{10}+\frac{9}{15}+\frac{12}{20}+...+\frac{6\,042}{10\,070}+\frac{6\,045}{10\,075}.$$

a) Calculați cele două numere.

b) Arătați că $2x+y$ este număr natural.

23. Arătați că numărul $a=\frac{17}{73}+\frac{1\,717}{7\,373}+\frac{171\,717}{737\,373}+...+\frac{1717...17}{\underbrace{7373...73}_{2482\text{ cifre}}}$ este pătrat perfect.

24. Efectuați calculele și simplificați rezultatul:

a) $\frac{1}{2\,023}+\frac{2}{2\,023}+\frac{3}{2\,023}+...+\frac{2\,022}{2\,023}$;

b) $\frac{1}{2\,025}+\frac{2}{2\,025}+\frac{3}{2\,025}+\frac{4}{2\,025}+...+\frac{2\,023}{2\,025}+\frac{2\,024}{2\,025}$.

25. Calculați:

a) $1000+\frac{1}{1\,000}+\frac{2}{1\,000}+\frac{3}{1\,000}+...+\frac{999}{1\,000}$;

b) $1\,000-\frac{1}{1\,000}-\frac{2}{1\,000}-\frac{3}{1000}-...-\frac{999}{1000}$.

26. Calculați: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{89\cdot 90}$.

PE-PP 2. Înmulţirea fracţiilor ordinare

Înmulţirea unei fracţii cu un număr natural

Pentru a înmulți o fracție cu un număr natural, se înmulțește numărul cu numărătorul și se păstrează numitorul:

$$\frac{a}{b}\cdot n=\frac{a\cdot n}{b}.$$

Exemple: a) $\frac{5}{24}\cdot 4=\frac{5\cdot 4}{24}=\frac{20^{(4}}{24}=\frac{5}{6}$; b) $\frac{11}{21}\cdot 12=\frac{11\cdot 12}{21}=\frac{132^{(3}}{21}=\frac{44}{7}$.

6. Recapitulare şi sistematizare prin teste

✻ TESTUL 1 ✻

I. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

1. Inversa fracţiei ordinare $\frac{a}{b}$ $(a \neq 0, b \neq 0)$, este fracţia ....

2. Pentru a înmulţi două puteri cu aceeaşi bază, ...

3. Pentru a aduna, respectiv pentru a scădea două fracţii cu numitori diferiţi se procedează astfel: ....

II. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fracţia cu $\frac{3}{10}$ mai mică decât $\frac{7}{5} - \frac{7}{15}$ este:

A. $\frac{37}{30}$; B. $\frac{19}{30}$; C. $\frac{17}{30}$; D. $\frac{31}{30}$.

2. Rezultatul calculului $3\frac{1}{8} \cdot 32 \cdot \frac{1}{5^2}$ este:

A. $\frac{4}{5}$; B. $\frac{4}{25}$; C. 4; D. $\frac{12}{25}$.

3. Rezultatul calculului $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$ este:

A. 1; B. $\frac{1}{4}$; C. 4; D. $\frac{1}{2}$.

III. Scrieţi în căsuţa alăturată litera A, dacă afirmaţia este adevărată, sau litera F, dacă afirmaţia este falsă.

1. Adunarea fracţiilor ordinare este comutativă. ☐

2. Numărul 0 este un element neutru la înmulţirea fracţiilor ordinare. ☐

3. Rezultatul calculului $\frac{18}{5} : \left[\left(\frac{9}{8} : \frac{35}{24}\right) \cdot \frac{7}{81}\right]$ este 54. ☐

IV. Uniţi, prin săgeţi, fiecare enunţ aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

A	B
1. $\left(3 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 =$	a) $\frac{17}{18}$;
2. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) : 4 + \frac{7}{9} =$	b) $\frac{5}{6}$;
3. $\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^3 - \frac{2}{3} =$	c) $\frac{7}{12}$;
	d) $\frac{3}{8}$.

V. Scrieți rezolvările complete.

1. Se consideră șirul de fracții: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; ...

a) Scrieți următoarele trei fracții din șir.
b) Scrieți fracția care se află pe locul 50 în șir.
c) Scrieți fracția care se află pe locul $n - 1$ în șir.

2. a) Scrieți inversa fracției ordinare $f = 3\frac{4}{15} \cdot \frac{10}{21} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 1\frac{31}{32}$.

b) Determinați numărul natural n din egalitatea $\left(\frac{2}{5}\right)^n : \frac{4}{5} = \frac{2}{25}$.

c) Calculați: $1 : \left(1+\frac{1}{2}\right) : \left(1+\frac{1}{3}\right) : ... : \left(1+\frac{1}{99}\right)$.

TESTUL 2

I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

1. Produsul dintre o fracție ordinară și inversa ei este ....

2. Pentru a împărți două puteri cu aceeași bază, ...

3. Produsul a două fracții ordinare este o fracție în care numărătorul este ...., iar numitorul este ....

II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Rezultatul calculului $2\frac{1}{6} + \frac{7}{12}$ este:

A. $2\frac{3}{4}$; B. $2\frac{1}{6}$; C. $2\frac{5}{12}$; D. $2\frac{1}{4}$.

2. Fracția ordinară, de patru ori mai mare decât fracția $\frac{3}{8}$ este:

A. $\frac{3}{4}$; B. $\frac{3}{8}$; C. $1\frac{1}{2}$; D. $\frac{1}{2}$.

3. Rezultatul calculului $\frac{1}{2^{2024}} : \frac{1}{4^{1012}}$ este:

A. 1; B. 2^{1012}; C. 2^{2024}; D. 2.

III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.

1. Înmulțirea fracțiilor ordinare este asociativă. ☐

2. Numărul 1 este un element neutru la adunarea fracțiilor ordinare. ☐

3. Rezultatul calculului $\frac{48}{35} \cdot \frac{7}{39} : \frac{60}{143} \cdot \frac{75}{44}$ este 1. ☐

PE

Nume ______________________________________ **Clasa** _______

Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.*

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Paisprezece sutimi, ca fracție ordinară ireductibilă, este ....

(0,5p) **2.** Dacă un produs costă 200 lei, după o ieftinire cu 10% produsul va costa........... .

(0,5p) **3.** Fracția ordinară ireductibilă rezultată din fracția $\frac{3+6+9+12+...+150}{5+10+15+20+...+250}$ prin simplificarea acesteia este ....

(0,5p) **4.** Fracția care are numitorul 24 și care este echivalentă cu fracția $\frac{3}{8}$ are numărătorul egal cu ....

II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Suma fracțiilor subunitare de forma $\frac{n}{6}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, este o fracție:

A. subunitară; B. echiunitară; C. supraunitară; D. mai mare decât $\frac{11}{4}$.

(0,5p) **2.** Dacă $a + b = \frac{11}{6}$ și $b + c = \frac{17}{6}$, atunci $a + 2b + c$ este fracția:

A. $\frac{28}{3}$; B. $\frac{3}{28}$; C. $\frac{14}{3}$; D. $\frac{3}{14}$.

(0,5p) **3.** Dacă $\frac{21}{x^2+4x} = \frac{7}{4}$, atunci:

A. $x \geq 6$; B. $x = 5$; C. $x = 4$; D. $x < 3$.

(0,5p) **4.** Dacă $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{5}{3}$ și $c = \frac{6}{5}$, atunci:

A. $a < b < c$; B. $b < a < c$; C. $c < b < a$; D. $a < c < b$.

III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)

Calculați:

(0,5p) a) $\frac{1}{3}$ din 240 kg	1) 100 kg;
	2) 80 kg;
(0,5p) b) $\frac{3}{8}$ din $\left(\frac{5}{9} \text{ din } 144 \text{ kg}\right)$	3) 40 kg;
(0,5p) c) 25% din 400 kg	4) 30 kg;
(0,5p) d) 75% din (10% din 240 kg)	5) 18 kg.

La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete. (3 puncte)

(2p) **IV.** Fie fracția ordinară $\frac{6n+20}{2n+1}$, unde n este un număr natural oarecare. Scoateți întregii din fracție:

a) dacă $n=8$;

b) dacă $n \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3, ..., 8\}$.

(1p) **V.** Fie un număr natural oarecare de trei cifre $\overline{abc}$. Scrieți în ordine crescătoare numerele: 2, $\frac{\overline{ab}}{5}$, $\frac{\overline{abc}}{50}$.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

OPERAȚII CU FRACȚII ORDINARE

1. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA FRACȚIILOR ORDINARE
2. ÎNMULȚIREA FRACȚIILOR ORDINARE
3. ÎMPĂRȚIREA FRACȚIILOR ORDINARE
4. PUTEREA CU EXPONENT NATURAL A UNEI FRACȚII ORDINARE
5. FRACȚII DINTR-UN NUMĂR NATURAL SAU DINTR-O FRACȚIE. PROCENTE

PE-PP Probleme de matematică aplicată în viaţa cotidiană

1. La masa festivă organizată de ziua Alexandrei s-au așezat în fructieră 35 de fructe: struguri şi caise. S-au socotit câte două caise de copil şi câte un strugure la trei copii. Câţi copii au participat la aniversare?

2. Doi fraţi au împreună 36 de ani. Calculaţi vârsta celor doi fraţi, ştiind că diferenţa vârstelor lor este de 4 ani.

3. Bogdan are o sumă de bani. Andrei îl întreabă:
— Ai 135 de lei pentru a cumpăra o minge?
— Dacă aş avea de trei ori suma pe care o am şi încă 15 lei, am putea cumpăra mingea.
Calculaţi ce sumă de bani avea Bogdan.

4. Într-o clasă cu 35 de elevi, numărul băieţilor este cu 2 mai mare decât jumătate din numărul fetelor. Arătaţi că cel puţin 4 fete sunt născute în aceeaşi zi a săptămânii şi cel puţin 2 băieţi sunt născuţi în aceeaşi lună a anului.

Olimpiada locală, Bihor, 2012

5. La spectacolul „Scufiţa Roşie" s-au vândut 170 de bilete, pentru copii biletul costând 10 lei, iar pentru adulţi 20 de lei. Calculaţi câţi copii şi câţi adulţi au participat la spectacol, ştiind că s-a încasat suma de 2 200 de lei.

6. Ionuţ este în vacanţă la bunici. Astăzi, Ionuţ şi bunicul şi-au propus să urce cele 300 de trepte din parcul din apropierea casei. La un moment dat Ionuţ se opreşte să se odihnească şi bunicul îi spune că dacă mai urcă încă 5 trepte, atunci va mai avea de urcat de două ori mai multe trepte decât au rămas în urmă. Calculaţi pe ce treaptă se afla Ionuţ.

7. Bunicul are atâţia ani cât mine şi părinţii mei la un loc. Determinaţi ce vârstă are fiecare membru al familiei, dacă:
- eu am vârsta egală cu cel mai mare număr format numai din unităţi;
- diferenţa dintre vârstele părinţilor este a treia parte din vârsta mea;
- vârsta bunicului reprezintă cel mai mare număr de două cifre pare identice.

Gazeta Matematică nr. 5/2011

8. Placarea cu gresie a unei pardoseli

Un faianţar trebuie să placheze cu plăci pătrate de gresie pardoseala dreptunghiulară a unei bucătării. Lungimea dreptunghiului este de 360 cm, iar lăţimea de 260 cm. Faianţarul are de ales între două modele de plăci, cu lungimile laturilor de 30 cm, respectiv 15 cm.

Plăcile fiecărui model se vând ambalate în cutii, fiecare cutie având câte 5 plăci de gresie.

a) Câte plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi lungimea pardoselii? Dar pentru a acoperi lăţimea acesteia?

Câte plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi toată pardoseala?

Câte pachete cu plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi toată pardoseala?

b) Aceleaşi întrebări pentru plăcile din modelul al doilea.

PE-PP Teste recapitulative

Notă (pentru testele 1-10): Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

✸ TESTUL 1 ✸

(0,5p) **1.** Calculați $3^2 - 2^3$.

(0,5p) **2.** Demonstrați că dacă cifrele unui număr de trei cifre sunt consecutive, atunci numărul se divide cu 3.

(0,5p) **3.** Comparați numerele $a = 128 : 8$ și $b = 4^2$.

(0,5p) **4.** Știind că $4^n = 64$, aflați n.

(0,5p) **5.** Suma a patru numere naturale consecutive este 62. Calculați numerele.

(1p) **6.** Rotunjiți la sute numărul 12 379.

(1p) **7.** Aflați numărul care împărțit la 7 dă câtul 10 și restul 5.

(1p) **8.** Știind că $a \cdot (b + c) = 3\,114$ și $a \cdot b = 1\,107$, aflați $a \cdot c$.

(1p) **9.** Rezolvați ecuația $24x - 1 = 47$.

10. Calculați:

(0,5p) a) $(5^2 - 4^2) : 9$;

(0,5p) b) $12 \cdot 35 - 12 \cdot 24 + 12$;

(0,5p) c) $[9^2 - 2^4 \cdot 5^9 : (5^4)^2] : 2^2$.

(0,5p) **11.** a) Câte numere împărțite la 6 dau câtul cel puțin 2 și cel mult 5?

(0,5p) b) Câte cifre se folosesc pentru paginarea unei cărți care are 160 de pagini?

✸ TESTUL 2 ✸

(0,5p) **1.** Aflați suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{2x5}$ divizibile cu 3.

(0,5p) **2.** Determinați câtul împărțirii 459 : 17.

(0,5p) **3.** Determinați numărul natural x care verifică egalitatea $3x + 7 = 28$.

(0,5p) **4.** Comparați numerele $a = 9^{15}$ și $b = 27^{11}$.

(0,5p) **5.** Știind că $2a + b = 7$, aflați $4a + 2b$.

(1p) **6.** Aflați valorile numărului natural x pentru care $5x + 2 \leq 7$.

(1p) **7.** Scrieți numerele pare mai mari ca 15 și mai mici decât 22.

(1p) **8.** Aflați cel mai mare număr natural de două cifre care este cub perfect.

(1p) **9.** Știind că suma dintre un număr natural și triplul acestuia este 16, aflați numărul.

10. Calculați:

(0,5p) a) $5 \cdot \{7 + 3 \cdot [46 + 6 \cdot (27 - 32 : 4)]\}$;

(0,5p) b) $(2^8)^2 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 1) - 3^0 \cdot 2^2$;

(0,5p) c) $(3^{19} \cdot 25^9)^2 : 15^{36}$.

11. Într-un bloc sunt apartamente cu două și cu trei camere, în total fiind 41 de camere și 17 apartamente.

(0,5p) a) Calculați câte apartamente sunt cu 3 camere.

(0,5p) b) Calculați câte apartamente sunt cu 2 camere.

PE-PP Probleme date la concursuri școlare

1. a) Aflați numerele de două cifre care împărțite la 4 dau câtul de o cifră și restul trei.

b) Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11, 15, ….

i) Verificați dacă 1 231 și 2 009 sunt numere din șir.

ii) Determinați al 100-lea termen al șirului.

2. Diferența a două numere este 3. Aflați numerele, știind că unul dintre ele este cu 11 mai mic decât triplul celuilalt.

3. Determinați a, b, c, știind că $5a + 3b = 57$, $a \cdot c = 72$, iar $b \cdot c = 108$.

4. Determinați numerele naturale a, b, c, d, e, f, g, nenule, distincte, cele mai mici posibile, din pătratul alăturat, pentru a face un pătrat magic (suma numerelor pe linii, pe coloane și pe diagonale să fie aceeași). Niciun număr nu trebuie să se repete în pătrat. Justificați fiecare alegere.

a	4	3	b
6	11	c	9
d	7	8	e
5	f	g	2

5. Andrei poate mânca o pizza în 30 de minute, Alex în 15 minute, iar Adrian în 10 minute. În cât timp pot mânca cei trei băieți împreună 6 pizze? Justificați răspunsul dat.

6. a) Arătați că suma a 7 numere naturale consecutive este divizibilă cu 7.

b) Arătați că dacă n este număr natural impar, atunci suma a n numere naturale consecutive este divizibilă cu n.

7. a) Numerele naturale m, n, p, x, y, z verifică relația:

$$2\,005^m + 2\,007^n + 2\,009^p = 2\,006^x + 2\,008^y + 2\,010^z.$$

Calculați $2\,009^{mnpxyz}$.

Ioan Miclea, *TMMATE* nr. 6/2009

b) Determinați cifrele a, b, c, d, e cu proprietatea că:

$$\overline{abc}^{\overline{abc}} = 2^{\overline{cde}}.$$

Andrei Eckstein, *TMMATE* nr. 6/2009

8. a) Aflați restul împărțirii numărului $B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2\,009 + 3$ la 8.

b) Aflați restul împărțirii numărului $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2\,009 - 3$ la 8.

Prelucrare, *Gazeta Matematică* nr. 9/2008

9. a) Scrieți numărul 2 009 ca un produs în care un factor este pătrat perfect supraunitar.

b) Determinați numărul natural nenul n, știind că $n^4 - n^3 - n^2$ este un număr egal cu suma celor mai mari resturi posibile la împărțirea cu 2 000, cu 10 și, respectiv, cu 2.

Petria-Elena Boldea

10. a) Calculați ultima cifră a numărului $C = 2^n + 4^n + 6^n + 8^n$, unde n este un număr natural nenul oarecare.

b) Fie n un număr natural nenul oarecare. Cercetați dacă numărul:

$D = 2^n + 4^n + 6^n + \ldots + 2\,008^n$ este divizibil cu 10.

RMT nr. 4/2008

11. Arătați că numărul $A = 2\,000^0 + 2\,001^1 + 2\,002^2 + \ldots + 2\,009^9 + 2$ este multiplu de 10.

Nicolae Baciu, ISJ Satu Mare

12. Arătați că numărul $B = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 100 \cdot 101) - 5\,050$ poate fi scris ca suma pătratelor a o sută de numere naturale.

Anca Raluca Ștet, Șc. Tășnad

Indicaţii şi răspunsuri

Soluţiile testelor de autoevaluare pot fi consultate aici:
(Scanaţi codul QR cu camera telefonului, nu din aplicaţia Mate2000+)

RECAPITULARE ŞI EVALUARE INIŢIALĂ

1. Exerciţii şi probleme recapitulative

1. a) 414 090; 88 006; 200 205; 703 023; b) 6 405; 500 032; 9 007; 51 008. **2.** a) 7; 20 347; b) 4; 2 034; c) 3; 203; d) 0; 20; e) 2; 2. **3.** a) $<$; b) $>$; c) $<$; d) $>$; e) $<$; f) $=$. **4.** 99; 97. **5.** a) 102; b) 111; c) 123; d) 106. **6.** 741; 147. **7.** 20; 25; 50; 52. **8.** 77; 75; 72; 57; 55; 52; 27; 25; 22. **9.** a) 245 190; 245 100; 245 000; 69 320; 69 300; 69 000; 137 250; 137 200; 137 000; b) 245 200; 245 200; 246 000; 69 330; 69 400; 70 000; 137 260; 137 300; 138 000; c) 245 200; 245 200; 245 000; 69 330; 69 300; 69 000; 137 250; 137 300; 137 000. **10.** 876. **11.** 102 şi 104. **12.** 72, 73 şi 74. **13.** a) 56 973; b) 1 836; c) 13 754; d) 10 725. **14.** 1 644; 8 725; 24 794. **15.** $c = 135$, $r = 3$ şi $948 = 7 \times 135 + 3$; $c = 179$, $r = 2$ şi $897 = 5 \times 179 + 2$; $c = 93$, $r = 4$ şi $562 = 93 \times 6 + 4$. **16.** $8 \times (30 + 20) = 8 \times 50 = 400$ şi $8 \times (30 + 20) = 8 \times 30 + 8 \times 20 = 240 + 160 = 400$; $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 24(32 + 18 - 10) = 24 \times 40 = 960$ şi $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 768 + 432 - 240 = 1\,200 - 240 = 960$. **17.** 608; 3 942; 7. **18.** a) 369; b) 4 499; c) 2 508; d) 390. **19.** a) 1 300; b) 30 060; c) 8 309; d) 39 877; e) 15; f) 3 366 501; g) 24; h) 21. **20.** a) 7 235, 7 253, 7 325, 7 352, 7 523, 7 532; 6 numere; b) $7\,235 < 7\,253 < 7\,325 < 7\,352 < 7\,523 < 7\,532$. **21.** 2 177. **22.** 3 978. **23.** 1 950. **24.** Alexandra 100 de lei şi Costin 70 de lei. **25.** Caietul costă 6 lei, cartea costă 36 de lei şi stiloul costă 48 de lei. **26.** Pentru cărţi 940 de lei şi pentru caiete 1 034 de lei. **27.** 106. **28.** 968. **29.** 520. **30.** I, V, L, VI, IV, LV, LI, LIV, LVI. **31.** a) XLIX, LXV, LXXXIV; b) CCCLVII, DLXVIII, CMLXXVI; c) MCCC, MMII, MMMXXV. **32.** 4 bancnote de 100 de lei sau 2 bancnote de 200 de lei. **33.** 1 119. **34.** 15 lei. **35.** 30 de lei. **36.** 12 000 şi 12 375. **37.** 18 fete şi 6 băieţi. **38.** a) 36 m; b) 34 m. **39.** $\overline{ab} = 84$. **40.** 7 şi 35. **41.** a) 75; b) 14. **42.** 17 048; 51 144; 4 262. **43.** 5 zile. **44.** 15 lei; 17 lei. **45.** 60 de meri; 40 de pruni; 70 de piersici. **46.** 250 garoafe albe şi 750 garoafe roşii. **47.** 5 ani fiul şi 30 de ani tatăl. **48.** 6 portocale. **49.** 120 de elevi de la ciclul primar şi 360 de elevi de la ciclul gimnazial. **50.** 24 de pachete şi, respectiv, 16 pachete. **51.** 37 de volume, 41 de volume şi 27 de volume. **52.** 160 mere şi 84 portocale. **53.** Primul are 20 de timbre; al doilea are 141 de timbre, iar al treilea are 27 de timbre. **54.** 468. **55.** 15 pagini. **56.** a) 13 min; b) 30 min; c) 14 400 s; d) 15 min; e) 420 min; f) 1 200 s; g) 2 zile; h) 45 min. **57.** 375 kl. **58.** 8 600; 17 200; 17 457. **59.** a) 610 dg; b) 560 g; c) 35 cg; d) 580 dag; e) 47 q; f) 449 hg; g) 45 t; h) 18 dg. **60.** a) 123; b) 621; c) 68. **61.** 2 elevi au primit nota 9 şi 10 elevi au primit nota 7. **62.** $a = 91$; $b = 204$; $c = 168$ şi a) 893; b) 513; c) 340. **63.** $a = 50$; $b = 5$; $c = 1$ şi $5 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot c + 33 = 300$. **64.** $D = 529$; $B = 1\,710$; $A = 6\,416$; $C = 7\,922$. **65.** a) $2(a + b) + 3(b + c) = 55$; b) $3(a + b) + 2(b + c) = 60$; c) $(a + b) + 7(b + c) = 77$. **66.** a) 10; b) 6; c) 7; d) 1 010. **67.** Adi avea 45 de lei, Alexandra 25 de lei, iar Andreea 30 de lei. Le-au rămas: Alexandrei 20 de lei; Andreei 26 de lei; lui Adi 40 de lei. **68.** 256 de pagini. **69.** 160 de probleme rezolvate de Andreea şi 280 de probleme rezolvate de Mihaela. **70.** a) LXIII; b) 28.

2. Recapitulare şi sistemarizare prin teste

Testul 1: I. 1. 100. **2.** 1 810. **3.** 75. **II. 1.** C. **2.** A. **3.** A. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** F. **IV. 1.** → c). **2.** → a). **3.** → b). **V. 1.** $a = 18$, $b = 0$ şi $c = 126$. **2.** a) CCCLXV; b) MCDXLII; c) MCMLXXIV.

Testul 2: I. 1. 25. **2.** 987. **3.** 18. **II. 1.** D. **2.** B. **3.** A. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** A. **IV. 1.** → d). **2.** → c). **3.** → a). **V. 1.** a) 960 m; b) 570 m; c) 504 m. **2.** a) 4 802 ℓ; b) 517 cg; c) 79 080 m.

Testul 3: I. 1. 16. **2.** 97. **3.** DCCXLVI. **II. 1.** D. **2.** B. **3.** A. **III. 1.** F. **2.** F. **3.** A. **IV. 1.** → d). **2.** → b). **3.** → c). **V. 1.** $a = 25$, $b = 5$, $c = 392$ şi $a + b + c = 422$. **2.** a) 90 ℓ; b) 2 700 m; c) 1 112 kg.

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

Unitatea 1. NUMERE NATURALE

1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

1. a) 203; b) 740; c) 9 009; d) 57 400; e) 3 000 000 400; f) 22 000 000 030. **2.** a) trei sute unu; cincisprezece mii şaptezeci; trei sute unu mii şapte; două milioane cinci sute zece; trei sute şaptezeci milioane cinci sute unu mii patru sute şapte; b) o sută patruzeci şi nouă de mii opt sute trei; patruzeci de mii şapte sute treizeci şi unu; patru sute cincizeci de milioane trezeci şi unu de mii douăzeci şi patru; două sute patru mii treizeci. **3.** a) 1 008; b) 11 078; c) 203 601; d) 1 062 305. **4.** a) 170; b) 9 687; c) 1 600. **5.** a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; c) 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14; d) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17. **6.** a) $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7$; b) $2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$; c) $5 \cdot 10 + 3$; d) $2 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$; e) $7 \cdot 100 + 5$; f) $2 \cdot 100 + 3 \cdot 10$; g) $2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 10 + 5$; h) $7 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 2$. **7.** a) $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$; b) $10 \cdot a + b$; c) $1\,000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$; d) $100 \cdot a + 10 \cdot a + b$; e) $1\,000 \cdot a + 100 \cdot a + 10 \cdot a + a$; f) $100 \cdot a + b$; g) $10\,000 \cdot a + 1\,000 \cdot b + 10 \cdot c + d$; h) $100\,000 \cdot a + 10\,000 \cdot a + 1\,000 \cdot b + 10 \cdot c$. **8.** a) 37; b) 523; c) 5 271; d) 40 520. **9.** a) 2 571; b) 35 753; c) 30 530 057. **10.** a) $\overline{abc}$; b) $\overline{abcd}$; c) $\overline{aaa}$; d) $\overline{a0bc}$; e) $\overline{ababc}$; f) $\overline{ab00}$; g) $\overline{a0bc}$; h) $\overline{ab0c0}$ **11.** a) $\overline{aabc}$; b) $\overline{a72b}$. **12.** XXXVII, XLII, DCCXXXV, MCMXCII, MMI, MMMDCCLVII. **13.** 104, 475, 938, 1 998. **14.** 27, 46, 14, 22, 60, 1900, 109, 620, 1904, 48, 10 000, 90 000, 50 000, 40 000, 95 000. **15.** a) XXXVII; b) CXLV; c) MMDCCLXIX; d) CMLVII; e) MM. **16.** a) 14; b) 27; c) 1 786; d) 1 960. **17.** a) 174, 147, 741, 714, 417, 471; b) 509, 590, 905, 950. **18.** a) 100; b) 102; c) 110; d) 11 102. **19.** a) 99; b) 999; c) 987; d) 9 988. **20.** 2 100 şi 9 188. **21.** 5 056, 4 156, 1 456, 3 256, 2 356. **22.** a) 1 234, 2 345, 3 456, 4 567, 5 678, 6 789; b) 9 876, 8 765, 7 654, 6 543, 5 432, 4 321, 3 210. **23.** 25. **24.** a) 135; b) 579. **25.** 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789. **26.** a) 27, 72, 20, 70; b) 11, 44, 99, 14, 19, 49, 41, 91, 94. **27.** a) 11; 22; 33; …; 99; b) 777. **28.** a) $x = 2$; b) $x = 4$. **29.** $a = 6$. **30.** $a = 3$. **31.** 56; 57. **32.** 48, 36, 24, 12. **33.** 1 998. **34.** Toate sunt adevărate. **35.** 10; 14; 23; 32; 41; 50. **36.** $a = 1$; $b = 9$; $c = 8$. **37.** 10 numere; 90 de numere. **38.** a) VII + IX = XVI; b) XI – V = VI; c) CC + XI = CCXI; d) CCX + I = CCXI; e) MI + IX = MX; f) XL – XXV = XIV + I. **39.** 132, 231, 143, 341. **40.** 4 013, 4 031, 1 304, 1 340, 3 104, 3 140. **41.** 1 236, 1 326, 2 316, 2 136, 3 126, 3 216.
42. 444, 555, 666, 777, 888. **43.**

a	5	6	4	7	3	8	9	2
b	6	5	7	4	8	3	2	9
$\overline{ab57}$	5 657	6 557	4 757	7 457	3 857	8 357	9 257	2 957

44. $a + b = 7$ şi se rezolvă analog cu exerciţiul 43. **45.** Analog exerciţiul 43. **46.** a) 15, 19, 23; b) 79; c) 2 013. **47.** a) 89; b) 18; c) 24. **48.** a) 2, 5, 8, 11, 14; b) $a_{17} = 50$, $a_{1017} = 3\,050$, $a_{2017} = 6\,050$;

10. 137 și 2. **11.** 3 + 97; 11 + 89; 17 + 83; 29 + 71; 41 + 59. **12.** c) 47; f) 97. **13.** a) 4; c) 27; d) 45; e) 57; f) 69. **14.** a) 17 = 8 + 9; b) 23 = 8 + 15 = 9 + 14; c) 37 = 4 + 33 = 9 + 28 = 10 + 27 = 12 + + 25 = 15 + 22 = 16 + 21; d) 47 = 8 + 39 = 9 + 38 = 12 + 35 = 14 + 33 = 15 + 32 = 20 + 27 = 21 + + 26 = 22 + 25; e) 71 = 6 + 65 = 8 + 63 = 9 + 62 = 14 + 57 = 15 + 56 = 16 + 55 = 20 + 51 = 21 + 50 = = 22 + 49 = 25 + 46 = 26 + 45 = 27 + 44 = 32 + 39 = 33 + 38 = 35 + 36. **15.** a) $(a, b) = (7, 29)$; b) $(a, b) \in \{(3, 173); (13, 163); (19, 157); (37, 139); (67, 109); (73, 103); (79, 97)\}$; c) $(a, b) = (2, 37)$; d) $(a, b) = (3, 37)$. **16.** 19, 41, 53, 89. **17.** 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. **18.** a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47; b) 4, 9, 25, 49. **19.** a) 251, 521; b) 523; c) 257. **20.** a) $x = 3$ și $x = 9$; b) $x = 1$, $x = 3$ și $x = 7$; c) $x = 1$ și $x = 3$; d) $x = 1$ și $x = 7$. **21.** 0 + 1 + 2 = 3. **22.** a) $A = 2\,000\,001$; suma este 3; b) Numărul este divizibil cu 3 conform criteriului de divizibilitate cu 3. **23.** $a = 2$, $b = 42$ și $c = 17$. **24.** a) $A = (1 + 2) + 2^2(1 + 2) + ... + 2^{14}(1 + 2) = 3 + 2^2 \cdot 3 + ... + 2^{14} \cdot 3 = 3 \cdot (1 + 2^2 + + ... + 2^{14})$ este divizibil cu 3; b) $A = (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^4(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^8(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + + 2^{12}(1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 15 + 2^4 \cdot 15 + 2^8 \cdot 15 + 2^{12} \cdot 15 = 15 \cdot (1 + 2^4 + 2^8 + 2^{12})$ este divizibil cu 15. **25.** Cum numerele de forma $3n$ sunt divizibile cu 3, deci sunt sigur numere compuse, rezultă că cele prime sunt fie de forma $3n + 1$, fie de forma $3n + 2$. **26.** $n = 1$.

5. Recapitulare și sistematizare prin teste

TESTUL 1

I. 1. are numai divizori improprii. **2.** suma cifrelor numărului este divizibilă cu 3. **3.** ultima cifră a numărului este 0 sau 5. **II. 1.** C. **2.** D. **3.** A. **III. 1.** F. **2.** A. **3.** F. **IV. 1.** → d); **2.** → a); **3.** → b). **V. 1.** a) 1; b) 3; c) 3. **2.** a) 7 150, 7 152, 7 154, 7 156, 7 158; b) 9; c) 102.

TESTUL 2

I. 1. are cel puțin un divizor propriu. **2.** ultima cifră a numărului este o cifră pară. **3.** suma cifrelor numărului este divizibilă cu 9. **II. 1.** A. **2.** B. **3.** B. **III. 1.** F. **2.** F. **3.** F. **IV. 1.** → c); **2.** → a); **3.** → d). **V. 1.** a) A; b) A; suma cifrelor numărului este divizibilă cu 3, pentru orice n număr natural; c) A; 1^n și 3^n sunt numere impare, suma lor este un număr par și cum 2^n și 6^n sunt numere pare rezultă că suma tuturor acestor numere este un număr par diferit de 0, adică este un număr compus. **2.** a) a este număr par; b) 2 775; c) 1, 2, 4 și 8.

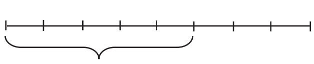
TESTUL 3

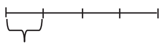
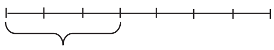
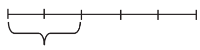
I. 1. 1, 2, 3, 4, 6, 12. **2.** 23, 67 și 89. **3.** ultimele două cifre ale numărului sunt zero. **II. 1.** C. **2.** B. **3.** A. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** A. **IV. 1.** → c); **2.** → b); **3.** → a). **V. 1.** c). **2.** a) 1 032, 1 332, 1 632, 1 932; b) Da, deoarece suma este $(20 \cdot 21) : 2 = 210$ și $7 \mid 210$; c) 1 700, 2 600, 3 500, 1 722, 2 622, 3 522, 1 744, 2 644, 3 544, 1 766, 2 666, 3 566, 1 788, 2 688, 3 588.

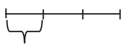
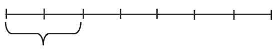
CAPITOLUL II. FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

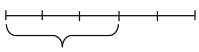
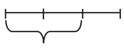
Unitatea 1. FRACȚII ORDINARE

1. Fracții ordinare. Reprezentarea fracțiilor prin desene

1. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{4}{5}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{8}{10}$; g) $\frac{3}{6}$; h) $\frac{7}{2}$; i) $\frac{9}{3}$. **2.** a) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$; b) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$. **3.** $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{8}{12}$. **4.** a) ;

b) ; c) ; d) ;

e) ; f) ; g) ;

h) ; i) ; j) . **5.** 17, 23, 7, 29, 57, 19.

7. a) 5; b) 15; c) 25. **8.** a) $\frac{1}{60}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{5}{6}$; f) $\frac{3}{2}$. **9.** a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{5}{7}$; d) $\frac{28}{7}$.

10. a) $\frac{1}{12}$; b) $\frac{4}{12}$; c) $\frac{6}{12}$. **11.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{3}{2}, \frac{3}{7}, \frac{5}{2}, \frac{5}{7}$. **12.** $\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{6}{18}, \frac{9}{18}, \frac{18}{18}$.

13. a) $\frac{9}{16}, \frac{18}{25}, \frac{29}{36}, \frac{42}{49}, \frac{57}{64}, \frac{74}{81}$; b) $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$; c) $\frac{12}{17}, \frac{42}{47}, \frac{72}{77}$. **14.** $\frac{13}{31}, \frac{11}{37}, \frac{13}{37}, \frac{17}{31}, \frac{19}{31}, \frac{19}{37}$. **15.** 1, 2, 3, 6, 9, 18. **16.** $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}$. **17.** $\frac{30}{47}, \frac{35}{47}$.

18. $\frac{3}{35}, \frac{3}{45}, \frac{3}{55}, \frac{3}{65}, \frac{3}{75}$. **19.** $\frac{200}{351}, \frac{220}{351}, \frac{230}{351}, \frac{240}{351}, \frac{250}{351}, \frac{260}{351}, \frac{270}{351}, \frac{280}{351}, \frac{290}{351}, \frac{200}{354}, \frac{210}{354}, \frac{220}{354}, \frac{230}{354}, \frac{250}{354}, \frac{260}{354}, \frac{270}{354}, \frac{280}{354}, \frac{290}{354}, \frac{200}{357}, \frac{210}{357}, \frac{220}{357}, \frac{230}{357}, \frac{240}{357}, \frac{250}{357}, \frac{260}{357}, \frac{280}{357}, \frac{290}{357}$. **20.** $x-3\neq 0 \Rightarrow x\neq 3$. Analog celelalte: $x\in\mathbb{N}$; $x\neq 0$; $x\neq 12$; $x\neq 1$; $x\in\mathbb{N}\setminus\{0, 1\}$; $x\neq 2$.

21. a) a este egal cu 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9; $a=3\Rightarrow x=\frac{3-1}{3+1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$; $a=4\Rightarrow x=\frac{4-1}{4+1}=\frac{3}{5}$; $a=5\Rightarrow$ $\Rightarrow x=\frac{5-1}{5+1}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$; $a=6\Rightarrow x=\frac{6-1}{6+1}=\frac{5}{7}$; $a=7\Rightarrow x=\frac{7-1}{7+1}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$; $a=8\Rightarrow x=\frac{8-1}{8+1}=\frac{7}{9}$; $a=9\Rightarrow x=\frac{9-1}{9+1}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$. Rezultă fracțiile $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{4}{5}$; b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$. **22.** Pentru $n=1\Rightarrow a_1=\frac{2^1-1}{2^1+1}=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$. Analog $a_2=\frac{2^2-1}{2^2+1}=\frac{4-1}{4+1}=\frac{3}{5}$; $a_3=\frac{2^3-1}{2^3+1}=\frac{7}{9}$; $a_{100}=\frac{2^{100}-1}{2^{100}+1}$.

23. a) $\frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \frac{11}{13}$; b) Forma generală este $\frac{2n-1}{2n+1}$, $n=100\Rightarrow\frac{200-1}{200+1}=\frac{199}{201}$; c) $\frac{2n-1}{2n+1}$.

2. Fracții subunitare, echiunitare și supraunitare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

1. a) $\frac{1}{2}, \frac{5}{17}, \frac{24}{31}$; b) $\frac{2}{2}, \frac{7}{7}, \frac{57}{57}$; c) $\frac{29}{7}, \frac{37}{4}, \frac{123}{9}$. **2.** a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}, \frac{15}{17}, \frac{12^0}{5}$; b) $\frac{3^3}{27}, \frac{2^4}{16}$; c) $\frac{17}{4}, \frac{23}{6}, \frac{37}{24}$. **3.** $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$. **4.** $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{2}{8}$. **5.** a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$; b) $\frac{2}{2}$; c) $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}$. **6.** a) x este egal cu 1, 2, 3 sau 4; b) x este egal cu 0, 1, 2, 3 sau 4; c) x este egal cu 2, 3 sau 4; d) x este mai mare decât 5. **7.** $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$. **8.** a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$; b) $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$; c) $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$. **9.** a) $\frac{7}{6}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{7}{1}$; b) $\frac{7}{7}$; c) $\frac{7}{8}, \frac{7}{9}, \frac{7}{10}$. **10.** a) $\frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{7}$; b) $\frac{4}{4}$; c) $\frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{4}{1}$. **11.** $\frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{5}{1}$. **12.** $\frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, ..., \frac{n}{7}$. **13.** a) x este egal cu 5, 4, 3 sau 2; b) x este

Cuprins