

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

6

Ediția a VIII-a

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4174/09.04.2024.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Roxana Pietreanu
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

TUDOR, ION

Matematică – algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru – 6 /

Ion Tudor. – Ed. a 8-a. – Pitești : Paralela 45, 2024 –
2 vol.

ISBN 978-973-47-4112-0

Partea 1. – 2024. – ISBN 978-973-47-4113-7

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2024

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Produsul numerelor naturale 75 și 24 este egal cu:
A. 1980; B. 1800; C. 1880; D. 1900.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite divizibil cu 5 este:
A. 1025; B. 1235; C. 1230; D. 1205.
- (0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 71 și 92 este egală cu:
A. 83,2; B. 86; C. 87; D. 81,5.
- (0,5p) 4. Scriind sub formă de fracție ordinară ireductibilă 56%, obținem:
A. $\frac{25}{16}$; B. $\frac{16}{75}$; C. $\frac{14}{25}$; D. $\frac{28}{50}$.
- (0,5p) 5. Dacă numărul natural $\overline{546x}$ are cifrele diferite și este divizibil cu 2, atunci cifra x poate fi:
A. 2 sau 8; B. 2, 4 sau 6; C. 0, 2 sau 8; D. 4 sau 6.
- (0,5p) 6. Frația $\frac{9}{3^n}$ este echiunitară pentru n egal cu:
A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.
- (0,5p) 7. Calculând $\frac{5}{8}$ din 72 kg, obținem:
A. 50 kg; B. 24 kg; C. 36 kg; D. 45 kg.
- (0,5p) 8. Capacitatea în litri a unui rezervor în formă de cub cu muchia de 1 m este egală cu:
A. 1000 l; B. 200 l; C. 500 l; D. 3000 l.
- (0,5p) 9. Perimetrul triunghiului cu lungimile laturilor de 3,5 m, 5,9 m, respectiv 4,6 m este egal cu:
A. 13,8 m; B. 20 m; C. 14 m; D. 12,5 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,7p) 1. Calculați: $10 \cdot (701 - 2^5 \cdot 3^3 : 72)$.
- (0,8p) 2. a) Transformați fracțiile zecimale $x = 1,75$, $y = 2,(6)$ și $z = 1,3(8)$ în fracții ordinare ireductibile.
- (0,8p) b) Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional pozitiv $f = (x + z - y) : 0,(3)$.
3. Se consideră un dreptunghi de lungime L și lățime l , care are aria egală cu 98 cm^2 și $L = 2l$.
- (0,8p) a) Calculați lățimea dreptunghiului.
- (0,7p) b) Calculați lungimea dreptunghiului.
- (0,7p) c) Calculați perimetrul dreptunghiului.

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime



Citesc și rețin

Mulțimea este o colecție de obiecte diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă A este o mulțime și a , un element al său, atunci notăm $a \in A$ și citim „elementul a **aparține** mulțimii A ”.

Dacă a nu este un element al mulțimii A , atunci notăm $a \notin A$ și citim „elementul a **nu aparține** mulțimii A ”.

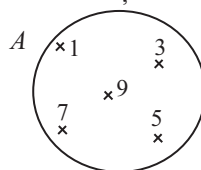
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

Exemplu: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

Exemplu:



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele x cu proprietatea că x este cifră impară”.



Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera A .

Soluție:

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

Lecția 4. Operații cu mulțimi



Citesc și rețin

Reuniunea mulțimilor

Reuniunea mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cup B$, care conține acele elemente ce aparțin cel puțin uneia dintre mulțimile A și B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}.$$

Intersecția mulțimilor

Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cap B$, care conține elementele comune mulțimilor A și B .

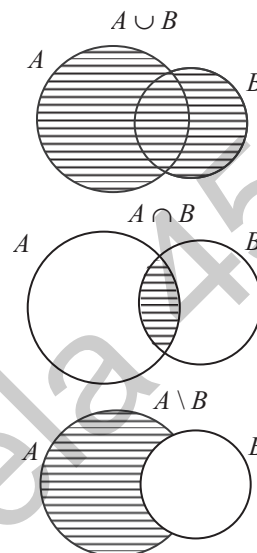
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}.$$

Diferența mulțimilor

Diferența mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \setminus B$, care conține acele elemente care aparțin mulțimii A și care nu aparțin mulțimii B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}.$$

Definiție: Mulțimile E și F se numesc **disjuncte** dacă $E \cap F = \emptyset$.



Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{a, c, d, f\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

Soluție:

- a) $A \cup B = \{a, b, c, d, f\}$; b) $A \cap B = \{a, c\}$;
c) $A \setminus B = \{b\}$; d) $B \setminus A = \{d, f\}$.

2. Se consideră mulțimile $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$, $E = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y = x^3, x \in D\}$ și $F = \{z \mid z \in \mathbb{N}, z = x^2 + 1, x \in D\}$. Efectuați:

- a) $(D \cup E) \setminus F$; b) $D \cap (F \setminus E)$.

Soluție:

a) Mai întâi enumerăm elementele mulțimilor: $D = \{0, 1, 2\}$, $E = \{0, 1, 8\}$ și $F = \{1, 2, 5\}$. Efectuăm operația din paranteză: $D \cup E = \{0, 1, 2\} \cup \{0, 1, 8\} = \{0, 1, 2, 8\}$, deci $(D \cup E) \setminus F = \{0, 1, 2, 8\} \setminus \{1, 2, 5\} = \{0, 8\}$;

b) Efectuăm operația din paranteză: $F \setminus E = \{1, 2, 5\} \setminus \{0, 1, 8\} = \{2, 5\}$, deci $D \cap (F \setminus E) = \{0, 1, 2\} \cap \{2, 5\} = \{2\}$.

3. Determinați mulțimile E și F , dacă îndeplinesc simultan condițiile:

- a) $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $E \cap F = \{1, 4\}$; c) $E \setminus F = \{0, 2, 5\}$.

Soluție:

Din condiția c) rezultă că elementele $0, 2, 5 \in E$ și $0, 2, 5 \notin F$.

Din condiția b) rezultă că elementele $1, 4 \in E$ și $1, 4 \in F$.

Din condițiile c), b) și a) rezultă că elementul $3 \in F$, prin urmare mulțimile sunt: $E = \{0, 2, 5, 1, 4\}$, $F = \{1, 4, 3\}$.



Știu să rezolv

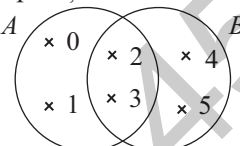
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații, unde E și F sunt mulțimi:

- a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

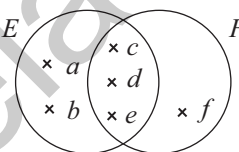
2. Folosind diagrama următoare stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $A \cap B = \{2, 3\}$;
 c) $A \setminus B = \{0, 1\}$; d) $B \setminus A = \{3, 5\}$.



3. Folosind diagrama următoare, completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $E \cup F = \dots\dots\dots$; b) $E \cap F = \dots\dots\dots$; E
 c) $E \setminus F = \dots\dots\dots$; d) $F \setminus E = \dots\dots\dots$.



4. Se consideră mulțimile $A = \{5, 8\}$ și $B = \{5, 6, 9\}$. Determinați:

- a) $A \cup B = \dots\dots\dots$; b) $A \cap B = \dots\dots\dots$;
 c) $A \setminus B = \dots\dots\dots$; d) $B \setminus A = \dots\dots\dots$.

5. Se consideră mulțimile $E = \{m, n, p\}$ și $F = \{d, n\}$. Determinați:

- a) $E \cup F = \dots\dots\dots$; b) $E \cap F = \dots\dots\dots$;
 c) $E \setminus F = \dots\dots\dots$; d) $F \setminus E = \dots\dots\dots$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$;
 e) $A \cup \emptyset$; f) $B \cap \emptyset$; g) $A \setminus \emptyset$; h) $\emptyset \setminus B$.

7. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d, e\}$ și $B = \{a, b, d, t\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$;
 e) $A \cup \emptyset$; f) $B \cap \emptyset$; g) $B \setminus \emptyset$; h) $\emptyset \setminus A$.

8. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 13x : 2\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 72x : 5\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

9. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, b, d, f\}$ și $C = \{a, d, f, h, t\}$. Determinați:

- a) $(A \setminus B) \cap C$; b) $(B \cap C) \setminus A$; c) $(C \setminus B) \cap A$; d) $B \cup (C \setminus A)$.

10. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$, $B = \{0, 6\}$ și $C = \{0, 2, 3, 6\}$. Determinați:

- a) $(A \cup B) \setminus C$; b) $(A \cap C) \cup B$; c) $(B \setminus A) \cap C$; d) $B \cap (C \setminus A)$.

Capitolul II

RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte



Citesc și rețin

Definiție: Raportul numerelor raționale pozitive a și b este câtul $a : b$, notat $\frac{a}{b}$.

Numererele a și b se numesc **termenii raportului**.

Exemplu: Raportul numerelor 8 și 5 este $\frac{8}{5}$.

Definiție: Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este câtul împărțirii $a : b$.

Exemplu: Valoarea raportului $\frac{8}{5}$ este egală cu $8 : 5 = 1,6$.

Rapoarte utilizate în practică

Raport procentual

Un raport de forma $\frac{p}{100}$, $p \in \mathbb{Q}_+$, notat $p\%$, se numește **raport procentual** ($p\%$ se citește „ p la sută”).

Exemplu: $23\% = \frac{23}{100}$.

Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu S , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte din teren.

Exemplu: Fie A și B două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța AB este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}$$

Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu C , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%$$

Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu T , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%$$

Lecția 16. Mărimi direct proporționale



Citesc și rețin

Definiție: Două mărimi care depind una de cealaltă se numesc **direct proporționale** dacă atunci când una se mărește (se micșorează) de un număr de ori și cealaltă se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Exemplu: Numărul obiectelor de același fel și costul acestora sunt mărimi direct proporționale.

Definiție: Se consideră mulțimile ordonate $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ și $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$, $n \geq 2$. Spunem că între mulțimile A și B există o **proporționalitate directă** dacă

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}.$$
 (Valoarea numerică comună a acestor rapoarte se numește

coeficient de proporționalitate.)

Exemplu: Între mulțimile $A = \{2, 4, 6, 8\}$ și $B = \{3, 6, 9, 12\}$ există o proporționalitate

directă deoarece $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$.



Cum se aplică?

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Lungimea laturii unui pătrat și aria pătratului sunt mărimi direct proporționale.”

Soluție:

Știind că aria pătratului se calculează cu formula $\mathcal{A} = l^2$, completăm tabelul următor. Analizând datele din tabel, rezultă că propoziția este falsă.

l (cm)	1	2	3	4
\mathcal{A} (cm ²)	1	4	9	16

2. Determinați numerele x , y și z direct proporționale cu numerele 3, 5 și 7, știind că $5x - 2y + z = 24$.

Soluție:

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k$, deci $x = 3k$, $y = 5k$ și $z = 7k$; $5x - 2y + z = 24$ sau $5 \cdot 3k - 2 \cdot 5k + 7k = 24$, așadar $15k - 10k + 7k = 24$, deci $12k = 24$, prin urmare $k = 2$; $x = 3k = 3 \cdot 2 = 6$; $y = 5k = 5 \cdot 2 = 10$ și $z = 7k = 7 \cdot 2 = 14$.

3. Numărul de cărți împrumutate elevilor de către o bibliotecă școlară miercuri, joi și vineri sunt direct proporționale cu numerele 9, 10 și 15. Știind că numărul de cărți împrumutate miercuri și joi este cu 16 mai mare decât numărul de cărți împrumutate vineri, aflați câte cărți au împrumutat elevii în cele trei zile.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) 1. Mărimile x și y din tabelul următor sunt:

A. invers proporționale;

B. direct proporționale.

x	2	4	6
y	3	6	9

(1p) 2. Alegând o literă din mulțimea $E = \{a, d, i, o, t, u\}$, probabilitatea ca aceasta să fie vocală este egală cu:

A. $\frac{5}{6}$;

B. $\frac{4}{5}$;

C. $\frac{3}{4}$;

D. $\frac{2}{3}$.

(1p) 3. Rezolvând câte 5 exerciții pe zi, Ștefan termină tema la matematică în 4 zile. Dacă tema ar conține un număr de exerciții cu 50% mai mare, atunci, lucrând tot câte 5 exerciții pe zi, Ștefan ar termina tema în:

A. 8 zile;

B. 5 zile;

C. 6 zile;

D. 9 zile.

(1p) 4. În tabelul următor sunt înregistrate notele obținute la un test la matematică, de elevii clasei a VI-a.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Frecvența	2	4	3	5	4	3	4

Frecvența notei 7 la acest test este egală cu:

A. 4;

B. 5;

C. 3;

D. 2.

(1p) 5. Un automobil care se deplasează cu viteza medie de 80 km/h parcurge o distanță în 5 ore. Ce viteză medie ar trebui să aibă automobilul pentru a parcurge aceeași distanță în 4 ore?

A. 100 km/h;

B. 60 km/h;

C. 64 km/h;

D. 120 km/h.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(1p) 1. Calculați probabilitatea ca un număr natural de două cifre să aibă suma cifrelor egală cu 5.

(1p) 2. Construcția unei hidrocentrale s-a realizat în 3 ani, astfel: 30% în primul an, 25% în al doilea an și 45% în ultimul an. Reprezentați datele problemei printr-o diagramă circulară.

(1p) 3. Fie A_1, A_2 și A_3 unghiuri în jurul punctului A . Aflați măsurile unghiurilor A_1, A_2 și A_3 , știind că sunt invers proporționale cu numerele 2, 3 și 6.

(1p) 4. Determinați numerele a, b și c direct proporționale cu 0,(3), 0,5 și 0,(6), știind că diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr este egală cu 4.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Rapoarte. Proporții

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Dacă 4 pâini costă 6 lei, atunci 6 pâini de același fel costă 9 lei. A F

(7p) 2. Într-o urnă sunt 4 bile albe și 5 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu $\frac{4}{9}$. A F

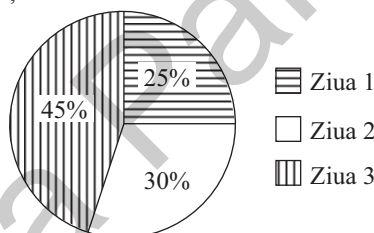
(7p) 3. Din tabelul următor rezultă că mărimile x și y sunt direct proporționale. A F

x	2	4	6
y	18	9	6

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Dacă numerele naturale a , b și c sunt invers proporționale cu 13, 11, respectiv 17, atunci cel mai mare dintre ele este

(7p) 2. Pentru vizitarea unor obiective turistice, elevii clasei a VI-a B au parcurs cu un autocar distanța de 420 km în trei zile conform diagramei următoare.



Distanța parcursă în prima zi a fost egală cu

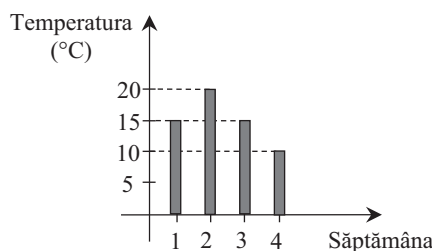
(7p) 3. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Alegând un element din mulțimea E , probabilitatea ca acesta să fie număr prim este egală cu

III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Numerele x , y și z sunt direct proporționale cu 1,(3), 1,75 și 2,(6). Știind că $x + y - z = 5$, numerele x , y și z sunt egale cu:

A. 10, 12, 14; B. 16, 21, 32; C. 15, 20, 25; D. 14, 21, 28.

(8p) 2. În luna octombrie s-a măsurat și calculat temperatura medie săptămânală. Rezultatele obținute sunt reprezentate în graficul următor.



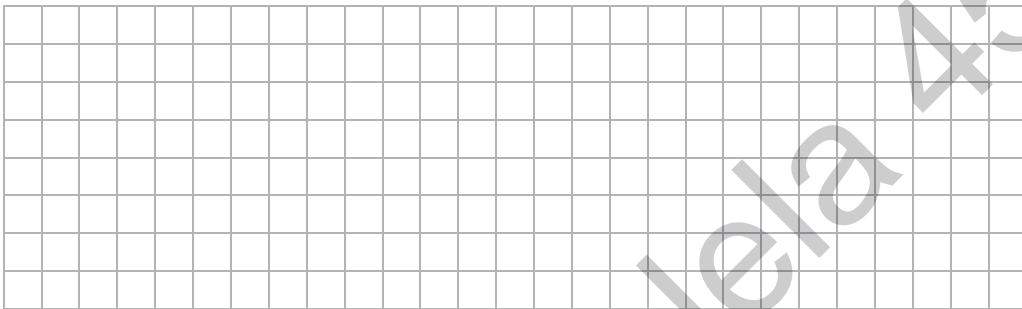
Valoarea temperaturii medii în luna octombrie a fost egală cu:

- A. 15°C ; B. 16°C ; C. 14°C ; D. 18°C .

- (8p) 3. Nouă pompe de aceeași capacitate golesc un rezervor plin cu apă în 4 ore.
Câte pompe de aceeași capacitate golesc același rezervor în 6 ore?
A. 4 pompe; B. 5 pompe; C. 6 pompe; D. 8 pompe.

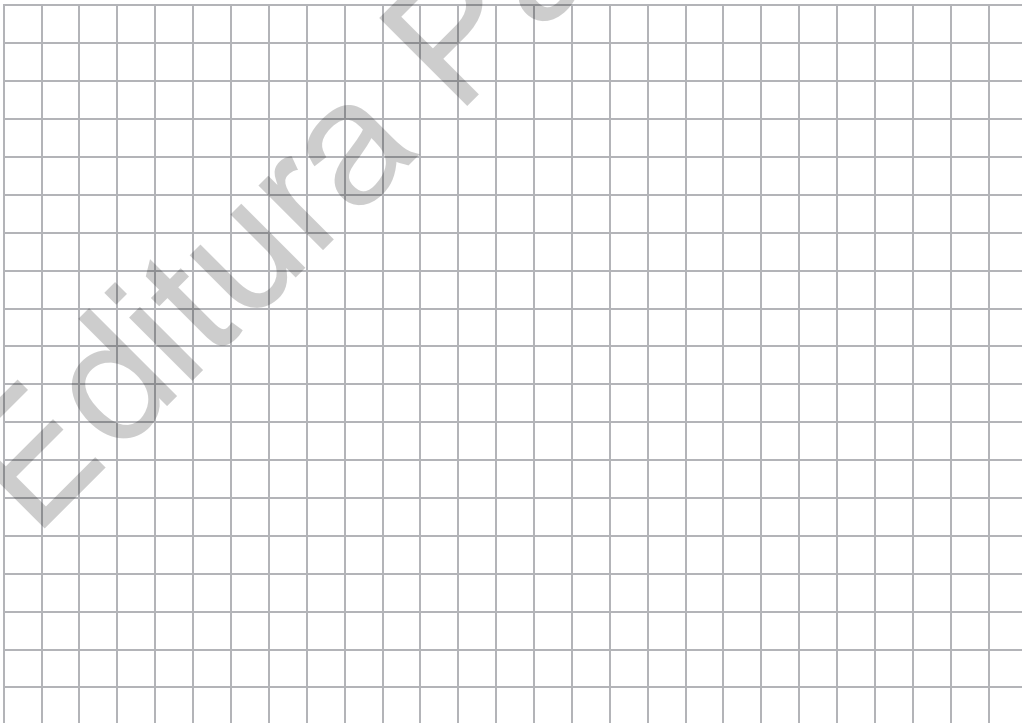
La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

- IV. Alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre nenule,
(8p) calculați probabilitatea ca acesta să fie mai mare decât răsturnatul său.



V. Unghiurile O_1 , O_2 , O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O .

- (8p) a) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3,5, 2,(3), 1,75, respectiv 1,1(6).
(8p) b) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt direct proporționale cu numerele 1,(6), 0,8(3), 1,25, respectiv 2,5.



GEOMETRIE

Capitolul I

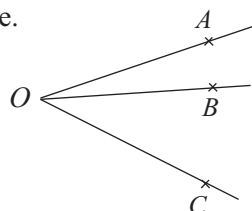
NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente



Citesc și rețin

Definiție: Două unghiuri **proprie** se numesc **unghiuri adiacente** dacă au vârful comun, au o latură comună, iar celelalte două laturi sunt situate de o parte și de alta a laturii comune.



$\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt unghiuri adiacente.

Pentru figura precedentă sunt adevărate următoarele egalități:

- $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC$ (unghi sumă);
- $\sphericalangle AOC - \sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC$ (unghi diferență);
- $\sphericalangle AOC - \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOB$ (unghi diferență).

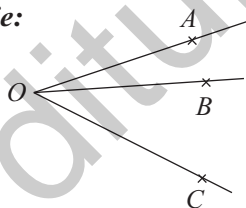


Cum se aplică?

1. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Știind că:

- a) $\sphericalangle AOB = 22^\circ 43'$ și $\sphericalangle BOC = 40^\circ 15'$, aflați $\sphericalangle AOC$;
- b) $\sphericalangle AOC = 79^\circ 18'$ și $\sphericalangle AOB = 36^\circ 14'$, aflați $\sphericalangle BOC$.

Soluție:

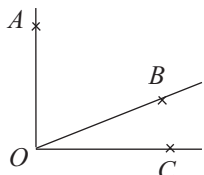


a) Observăm că $\sphericalangle AOC = \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = 22^\circ 43' + 40^\circ 15' = 62^\circ 58'$;

b) Observăm că $\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC - \sphericalangle AOB = 79^\circ 18' - 36^\circ 14' = 43^\circ 4'$.

2. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente și complementare. Dacă $\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC + 14^\circ$, aflați $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$.

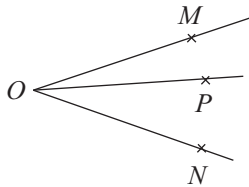
Soluție:



Observăm că $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC$ sau $3\sphericalangle BOC + 14^\circ + \sphericalangle BOC = 90^\circ$, deci $4\sphericalangle BOC = 90^\circ - 14^\circ$, prin urmare $\sphericalangle BOC = 76^\circ : 4$, de unde rezultă că $\sphericalangle BOC = 19^\circ$; $\sphericalangle AOB = 3 \cdot 19^\circ + 14^\circ = 57^\circ + 14^\circ = 71^\circ$.

3. Semidreapta OP este situată în interiorul unghiului MON cu măsura de 70° . Știind că $\sphericalangle MOP = \frac{3}{4} \sphericalangle NOP$, calcuți măsurile unghiurilor MOP și NOP .

Soluție:



Notăm $\sphericalangle NOP = x$. Observăm că $\sphericalangle MOP + \sphericalangle NOP = \sphericalangle MON$, deci $\frac{3}{4}x + x = 70^\circ$, prin urmare $\frac{3x}{4} + \frac{4x}{4} = 70^\circ$ sau $\frac{7x}{4} = 70^\circ$, de unde rezultă că $x = 70^\circ : \frac{7}{4}$, deci $x = 70^\circ \cdot \frac{4}{7}$ și obținem $x = 40^\circ$, așadar $\sphericalangle NOP = 40^\circ$ și $\sphericalangle MOP = 30^\circ$.

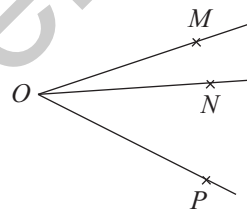


Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Pentru figura alăturată, stabiliți care dintre următoarele perechi de unghiuri sunt adiacente, completând caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”.

- a) $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle MOP$;
 b) $\sphericalangle MOP$ și $\sphericalangle NOP$;
 c) $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle NOP$.



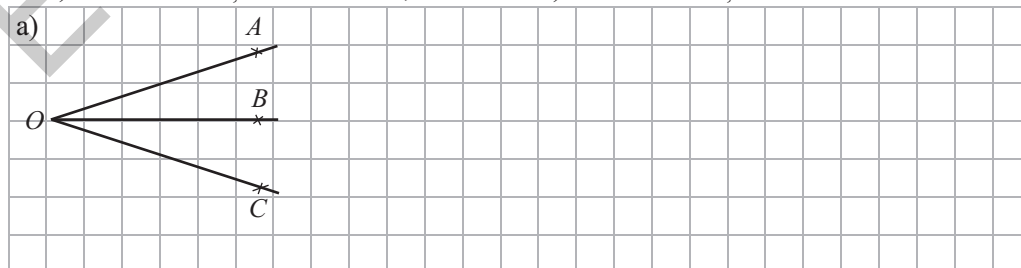
2. Construiți următoarele unghiuri adiacente, precizând mai întâi latura lor comună:

- a) $\sphericalangle CDE$ și $\sphericalangle EDF$; b) $\sphericalangle MNP$ și $\sphericalangle MNQ$.



3. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Calculați măsura unghiului AOC în următoarele cazuri:

- a) $\sphericalangle AOB = 37^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 52^\circ$; b) $\sphericalangle AOB = 77^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 35^\circ$.



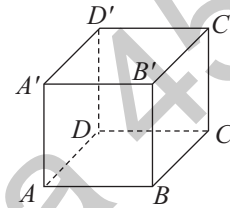


Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Construiți dreptele perpendiculare a și b și notați cu O punctul lor de concurență.
- (3p) 2. În figura alăturată, cubul $ABCD A'B'C'D'$ reprezintă schematic o cutie cu cretă. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
- a) $B'B \perp BC$; b) $CD \perp D'D$;
c) $D'A' \perp A'B'$; d) $B'C' \perp C'D'$.
- (3p) 3. Construiți pătratul $ABCD$ și punctele $M \in AB$, $N \in BC$, $P \in CD$ și $Q \in DA$, astfel încât $AM \equiv BN \equiv CP \equiv DQ$. Ce puteți spune despre dreptele MP și NQ ?

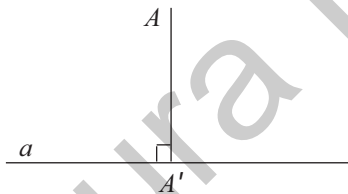


Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă



Citesc și rețin

Definiție: Fie A un punct exterior dreptei a . Prin **distanța de la punctul A la dreapta a** , înțelegem lungimea segmentului AA' cu proprietatea că $AA' \perp a$ și $A' \in a$.



Distanța de la punctul A la dreapta a este AA' .

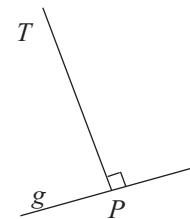


Cum se aplică?

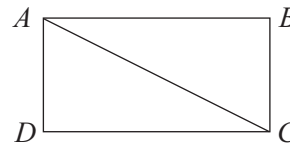
1. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. În figura alăturată distanța de la punctul T la dreapta g este egală cu:
A. 3 cm; B. 3,5 cm; C. 2,5 cm; D. 2 cm.

Soluție:

Deoarece $TP \perp g$, rezultă că distanța de la punctul T la dreapta $g = TP$. Măsurând segmentul TP , obținem $TP = 2,5$ cm, prin urmare răspunsul corect este C. 2,5 cm.



2. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:



- a) distanța de la punctul A la dreapta $CD = AC$;
- b) distanța de la punctul A la dreapta $CD = AD$;
- c) distanța de la punctul A la dreapta $BC = AB$.

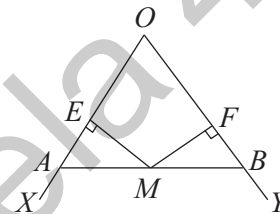
Soluție:

- a) Deoarece $AC \not\perp CD$, rezultă că propoziția este falsă;
- b) Deoarece $AD \perp CD$, rezultă că propoziția este adevărată;
- c) Deoarece $AB \perp BC$, rezultă că propoziția este adevărată.

3. Construiți unghiul XOY și punctele $A \in OX$, $B \in OY$, astfel încât $OA \equiv OB$ și notați cu M mijlocul segmentului AB . Arătați prin măsurare că distanțele de la punctul M la dreptele OA , respectiv OB sunt egale.

Soluție:

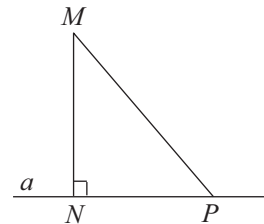
Construim figura cerută în enunțul problemei și apoi, cu ajutorul echerului, construim distanțele ME , respectiv MF . Măsurând distanțele, obținem $ME = 1$ cm și $MF = 1$ cm, prin urmare $ME = MF$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. În figura alăturată, segmentul care reprezintă distanța de la punctul M la dreapta a este:



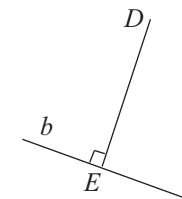
- A. MP ;
- B. MN .

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții, folosind figura de la problema anterioară. Dacă segmentul MN reprezintă distanța de la punctul M la dreapta a , $N \in a$, atunci:

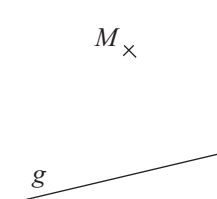
- a) $\sphericalangle N = 90^\circ$;
- b) $MN \perp a$.

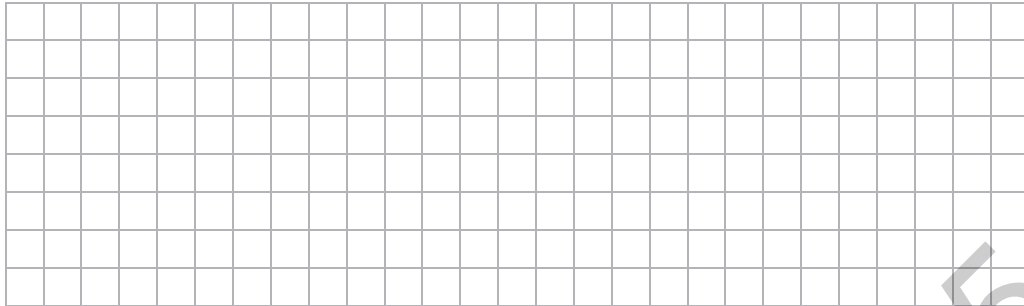
3. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. În figura alăturată distanța de la punctul D la dreapta b este egală cu:

- A. 3 cm;
- B. 2,5 cm;
- C. 3,2 cm;
- D. 2 cm.



4. În figura alăturată, construiți distanța de la punctul M la dreapta g , măsurați-o și apoi completați spațiul punctat cu valoarea acesteia.

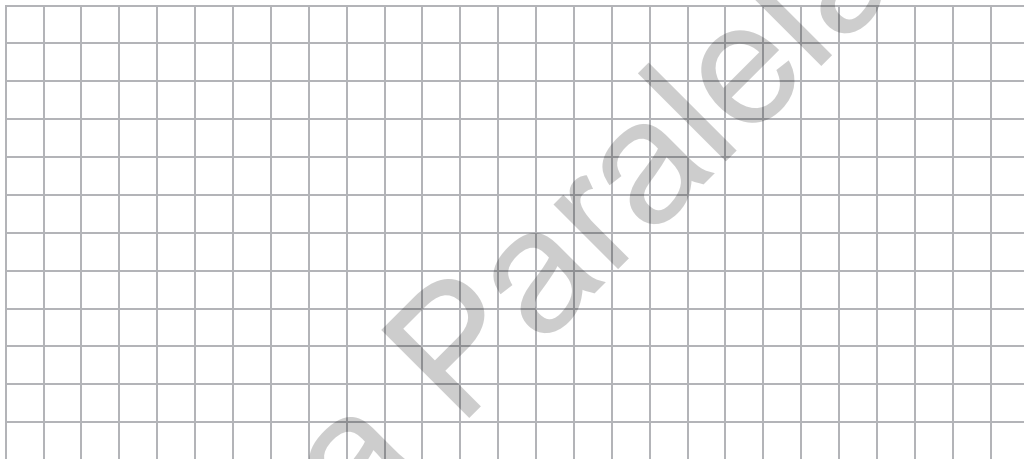




V. Construiți dreapta d și punctele $A \notin d$ și $B \in d$, astfel încât dreptele d și AB nu sunt perpendiculare. Notați cu E și F simetricele punctului A față de dreapta d , respectiv față de punctul B .

(8p) a) Prin măsurare, arătați că $\sphericalangle AEF = 90^\circ$.

(8p) b) Arătați că dreptele d și EF sunt paralele.



Lecția 13. Cercul



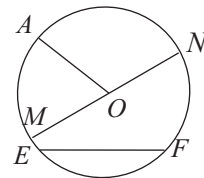
Citesc și rețin

Definiție: Numim **cerc** de centru O și rază R , mulțimea punctelor din plan situate la distanța R față de punctul O .

Construcție: Cercul se construiește cu ajutorul instrumentului geometric numit **compas**.

Definiții:

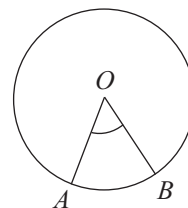
1. Dacă punctul A aparține cercului de centru O , atunci segmentul OA se numește **rază**.
2. Dacă punctele E și F aparțin cercului de centru O , atunci segmentul EF se numește **coardă**.
3. Dacă o coardă MN conține centrul cercului (punctul O), atunci aceasta se numește **diametru**, iar punctele M și N se numesc **diametral opuse**.



Definiție: Două cercuri se numesc **congruente** dacă au razele egale.

Definiție: Măsura unui cerc este egală cu 360° .

Definiție: Un unghi care are vârful în centrul unui cerc se numește **unghi la centru** (pentru cercul respectiv).



Definiții:

- Mulțimea punctelor de pe un cerc situate în interiorul unghiului la centru AOB se numește **arc mic** AB , notat \widehat{AB} .
- Mulțimea punctelor de pe cerc situate în exteriorul unghiului la centru AOB se numește **arc mare** AB , notat \widehat{AMB} , unde M este un punct de pe cerc situat în exteriorul unghiului AOB (pentru ambele arce, punctele A și B se numesc **capete** sau **extremități**).

Observații:

- Unitatea de măsură pentru măsurarea arcelor de cerc este gradul ($^\circ$).
- Măsura arcului de cerc de extremități X și Y se notează \widehat{XY} .

Definiții:

- Măsura arcului mic \widehat{AB} este egală cu măsura unghiului la centru $\sphericalangle AOB$.
- Dacă \widehat{AMB} este un arc mare, atunci $\widehat{AMB} = 360^\circ - \widehat{AB}$.

Definiție: Două arce \widehat{AB} și \widehat{CD} ale aceluiași cerc (sau din cercuri congruente) se numesc **congruente** dacă au aceeași măsură. Notăm $\widehat{AB} \equiv \widehat{CD}$.

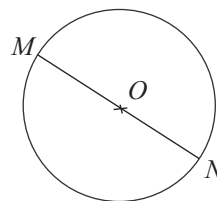


Cum se aplică?

1. În cercul de centru O și rază R din figura alăturată este construit diametrul MN . Știind că $MN = 7$ cm, calculați R , raza cercului.

Soluție:

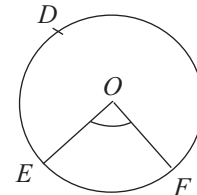
Observăm că $MN = 2R$, deci $2R = 7$ cm, prin urmare $R = 7 \text{ cm} : 2$ și obținem $R = 3,5$ cm.



2. Pe cercul de centru O considerăm punctele D , E și F . Știind că $\sphericalangle EOF = 87^\circ$, determinați \widehat{EDF} .

Soluție:

Deoarece unghiul EOF este unghi la centru rezultă că $\widehat{EF} = \sphericalangle EOF$, prin urmare $\widehat{EF} = 87^\circ$; $\widehat{EDF} = 360^\circ - \widehat{EF} = 360^\circ - 87^\circ = 273^\circ$.



3. Pe cercul de centru O se consideră punctele A , B , C , D și E în această ordine, astfel încât $\widehat{AB} \equiv \widehat{BC} \equiv \widehat{CD} \equiv \widehat{DE} \equiv \widehat{EA}$. Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle EOA$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Noțiuni geometrice fundamentale

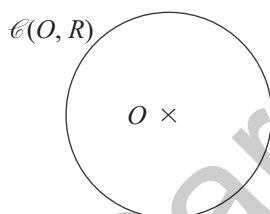
PARCUL NAȚIONAL CHEILE BICAZULUI-HĂȘMAȘ

Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat în zona centrală, nord-estică a României pe teritoriul județelor Harghita și Neamț. Datorită condițiilor geologice și climatice, flora cuprinde peste 1050 de specii concentrate preponderent în zona Lacului Roșu.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

În 1837 dislocarea naturală a unei mari cantități de grohotiș de la baza muntelui Ucigașul a contribuit la apariția Lacului Roșu prin blocarea pâraielor Hășmaș, Roșu, Licaș și Suhard.

Cercul \mathcal{C} de centru O și rază R din figura următoare reprezintă schematic Lacul Roșu. Se știe că prin aproximație $R = 203,5$ m și că suprafața lacului are aria de 13 ha.



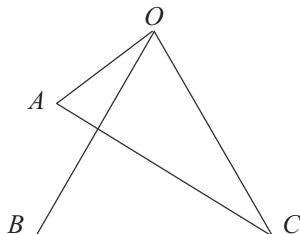
Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- Măsura cercului \mathcal{C} de centru O și rază R este egală cu:
A. 60° ; B. 240° ; C. 360° ; D. 90° .
- Lungimea diametrului cercului \mathcal{C} de centru O și rază R este egală cu:
A. 203,5 m; B. 407 m; C. 503 m; D. 307,8 m.
- Exprimând în metri pătrați aria suprafeței Lacului Roșu, obținem:
A. 130 000 m²; B. 13 000 m²; C. 26 000 m²; D. 260 000 m².

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat pe cursul superior al râului Bicaz, care colectează afluenții Hășmaș, Surduc, Licaș, Suhard și Șugău. Atât cursul râului Bicaz, cât și afluenții săi prezintă cascade și sectoare cu chei sălbatice, cele mai importante fiind Cheile Bicazului.

În schița următoare segmentele OA , OB , OC , AC și BC reprezintă cinci poteci turistice din această zonă.



MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

(Capitolele: Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale, Rapoarte. Proporții, Noțiuni geometrice fundamentale)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Dintre următoarele mulțimi, cea care este submulțime a mulțimii E este:
A. $\{4, 5\}$; B. $\{0, 2, 3\}$; C. $\{1, 2, 5\}$; D. $\{0, 6\}$.
- (0,5p) 2. Descompunerea în factori a numărului natural 48 este:
A. $2^1 \cdot 3^3$; B. $2^2 \cdot 3^2$; C. $3^2 \cdot 5^1$; D. $2^4 \cdot 3^1$.
- (0,5p) 3. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 20 și 25 este egal cu:
A. 100; B. 50; C. 75; D. 150.
- (0,5p) 4. Valoarea raportului numerelor naturale 4 și 5 este egală cu:
A. 1,5; B. 0,8; C. 0,6; D. 1,2.
- (0,5p) 5. Termenul necunoscut x din proporția $\frac{25}{3} = \frac{10}{x}$ este egal cu:
A. $\frac{4}{7}$; B. $\frac{3}{4}$; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{6}{5}$.
- (0,5p) 6. Mulțimile $E = \{4, 8\}$ și $F = \{2^{n+2}, 2^{n+3}\}$ sunt egale pentru:
A. $n = 0$; B. $n = 1$; C. $n = 2$; D. $n = 3$.
- (0,5p) 7. Suplementul unghiului cu măsura de 65° este unghiul cu măsura de:
A. 85° ; B. 120° ; C. 115° ; D. 95° .
- (0,5p) 8. Dreptele a și b concurente în punctul M sunt perpendiculare dacă:
A. $\sphericalangle M = 30^\circ$; B. $\sphericalangle M = 45^\circ$; C. $\sphericalangle M = 60^\circ$; D. $\sphericalangle M = 90^\circ$.
- (0,5p) 9. Pe un cerc se consideră punctele A și B . Dacă $\widehat{AB} = 67^\circ$, atunci măsura arcului mare de extremități A și B este egală cu:
A. 259° ; B. 167° ; C. 293° ; D. 125° .

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,7p) 1. Se consideră mulțimile $E = \{a, b, c, d\}$ și $F = \{b, d, g\}$. Determinați mulțimile $E \cup F$, $E \cap F$, $E \setminus F$ și $F \setminus E$.
- (0,7p) 2. Numerele raționale pozitive x și y sunt direct proporționale cu 2 și 5. Aflați câte procente reprezintă numărul x din numărul y .
- (0,8p) 3. Aflați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, care îndeplinește condiția $(\overline{ab}; 60) = 10$.
- (0,8p) 4. Determinați numărul natural \overline{xy} , $x \neq 0, y \neq 0$, care are proprietatea $\overline{3xy} : \overline{xy}$.
- (0,7p) 5. Dreptele paralele a și b formează cu secanta d unghiurile 1 și 2, interne de aceeași parte a secantei. Știind că $\sphericalangle 1 = 4 \cdot \sphericalangle 2$, determinați $\sphericalangle 1$ și $\sphericalangle 2$.
- (0,8p) 6. Unghiurile O_1, O_2, O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O . Știind că măsurile unghiurilor O_1, O_2 și O_3 reprezintă 56%, 64%, respectiv 68% din măsura unghiului O_4 , aflați măsurile celor patru unghiuri.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	A	D	C	C	B	D	A	C

Partea a II-a: **1.** $10 \cdot (701 - 12) = 6890$. **2.** a) $x = \frac{7}{4}, y = \frac{8}{3}, z = \frac{25}{18}$; b) $f = \frac{17}{12} = 1,41(6); f = 1,417$ **3.** a) $l = 7$ cm; b) $L = 14$ cm; c) $\mathcal{P} = 42$ cm.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	A	C	B	D	A	B	D	C	B

Partea a II-a: **1.** $n = 24$. **2.** a) 135; b) 410. **3.** a) $l = 10$; b) $h = 2,5$ cm; c) $V = 300$ cm³.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	D	B	D	A	B	C	C	D

Partea a II-a: **1.** $\frac{1}{4}$. **2.** a) $x = 2$; b) $x = 8$. **3.** a) $l = 3$ cm și $L = 12$ cm; b) $\mathcal{A} = 36$ cm²; c) $\mathcal{P} = 24$ cm.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I – MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime

1. a) Nu, deoarece se repetă elementul 1; b) Nu, deoarece s-a pus virgulă după ultimul element; c) Nu, deoarece ultimul element este literă mare; d) Nu, deoarece s-a folosit paranteza dreaptă; e) Nu, deoarece mulțimea este notată cu literă mică; f) Da. **2.** a) Mulțimea A este formată cu elementele d, e, f, g și h ; b) Mulțimea B este formată cu elementele 4, 5, 6, 7 și 9; c) Mulțimea C este formată cu elementele x , unde x este număr natural cu proprietatea $1 < x \leq 7$; d) Mulțimea D este formată cu elementele x , unde x este număr natural par cu proprietatea $x > 5$. **3.** A. **4.** B.

5. a) $A = \begin{matrix} & \times m & \times n \\ \times t & & \\ & \times p & \times o \end{matrix}$

b) $B = \begin{matrix} & \times 7 & \times 9 \\ \times 13 & & \times 11 \end{matrix}$

6. $A = \{0, 1, 2, 3\}$; b) $B = \{a, b, c, d, e, f\}$; c) $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. **7.** $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

8. a) $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$; b) $C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18\}$. **9.** B. $\left\{ \frac{3}{1}, \frac{3}{2} \right\}$.

10. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; d) $F = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

11. a) $A = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 5\}$; b) $B = \{x \text{ este număr natural} \mid 3 \leq x \leq 7\}$; c) $C = \{x \text{ este}$

CAPITOLUL II – RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte

1. D. 2. a) $\frac{5}{7}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{7}{6}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{5}{8}$. 3. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{7}$;
d) $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{9}$. 4. a) 4,5; b) 0,8; c) 3,5; d) 1,2. 5. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{15}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$;
d) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$. 6. a) 1,36; b) 2,(6); c) 1,1(6); d) 3,58(3). 7. a) $x = 4$; b) $x = 1$; c) $x = 0,48$; d) $x = 1,(3)$.
8. a) $b = 0,3$; b) $b = 0,5$; c) $b = 0,25$; d) $b = 1,2$. 9. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{6}{7}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{5}$. 10. a) $\frac{\mathcal{P}_1}{\mathcal{P}_2} = \frac{4}{5}$;
b) $\frac{\mathcal{A}_1}{\mathcal{A}_2} = \frac{16}{25}$. 11. a) $\frac{13}{10} = 130\%$; b) $\frac{16}{25} = 64\%$; c) $\frac{27}{20} = 135\%$; d) $\frac{3}{2} = 150\%$; e) $\frac{1}{4} = 25\%$;
f) $\frac{6}{5} = 120\%$. 12. $\frac{L}{l} = \frac{5}{3}$. 13. $\frac{l}{L} = 0,75$. 14. a) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{6}$; b) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{30}$; c) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{12}$.
15. $1 : 1000000$. 16. $C = 25\%$. 17. $C = 20\%$. 18. $T = 13\%$. 19. $a = 3k$ și $b = 7k$, $k \in \mathbb{N}^*$, deci
 $10k < 37$, de unde rezultă $k \leq 3$, prin urmare $(a, b) \in \{(3, 7), (6, 14), (9, 21)\}$. 20. $\frac{a}{b}$ este
fracție zecimală periodică mixtă pentru $b = 6$ și $a \in \{1, 5, 7\}$, prin urmare $\overline{\frac{ab}{ba}} \in \left\{ \frac{16}{61}, \frac{56}{65}, \frac{76}{67} \right\}$.
21. a) $\frac{p}{q} = \frac{4}{17}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{36}{55}$. 22. a) $\frac{m}{n} = \frac{9}{25}$; b) $\frac{m}{n} = \frac{25}{36}$. 23. a) $\frac{p}{q} = \frac{1}{5}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{2}{7}$. 24. $\frac{49}{24} =$
 $= 2,041(6); 2,0417$. 25. $\frac{a}{b} = \frac{8}{25}$; $a : b = 0,32$ și, rotunjind, obținem 0,3. 26. $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$, de unde
obținem $b = \frac{2a}{a-2}$ și, analizând, obținem $\overline{ab} \in \{36, 44, 63\}$. 27. $\frac{a}{b} = 2,25$, deci $\frac{3^n \cdot 4}{2^n \cdot 9} = \frac{9}{4}$
sau $\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^4$, de unde rezultă $n = 4$.

Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{11}{24}$; b) $\frac{4}{3}$. 2. $\frac{1}{6} = 0,1(6)$ și, rotunjind, obținem 0,17. 3. $\frac{p}{q} = \frac{5^n \cdot 120}{5^n \cdot 150} = \frac{4}{5}$.

Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor

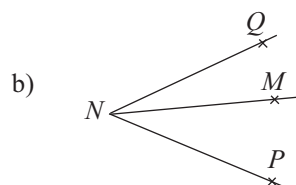
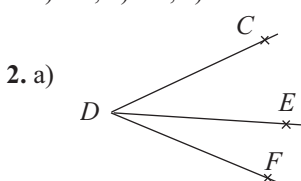
1. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da. 2. a) F; b) F; c) A. 3. a) $xy = 20$; b) $xy = 42$; c) $xy = 45$; d) $xy =$
 $= 72$; e) $xy = 54$; f) $xy = 28$. 4. a) A; b) A; c) F; d) F. 5. a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; b) $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$; c) $\frac{5}{35} = \frac{6}{42}$;
d) $\frac{8}{32} = \frac{7}{28}$. 6. a) $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$; b) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$; c) $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$; d) $\frac{1}{2} = \frac{13}{26}$. 7. a) $xy = 6$; b) $ab = 40$;
c) $xy = 63$; d) $ab = 54$. 8. a) $xy = 14$; b) $xy = 56$; c) $xy = 25$; d) $xy = 28$. 9. a) $\mathcal{A} = 70 \text{ cm}^2$; b) $\mathcal{A} =$
 $= 96 \text{ cm}^2$; c) $\mathcal{A} = 104 \text{ cm}^2$. 10. a) $x = 6$; b) $x = 9$; c) $x = 10$; d) $x = 8$. 11. a) $xy = 125 = 5^3$; b) $xy =$

GEOMETRIE

CAPITOLUL I – NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente

1. a) Nu; b) Nu; c) Da.



3. a) $\sphericalangle AOC = 89^\circ$; b) $\sphericalangle AOC = 112^\circ$. 4. a) $\sphericalangle BOC = 33^\circ$; b) $\sphericalangle AOB = 42^\circ$. 5. a) $\sphericalangle MOP = 85^\circ 47'$; b) $\sphericalangle MOP = 99^\circ 14'$. 7. a) $\sphericalangle MON = 109^\circ 48'$; b) $\sphericalangle PON = 54^\circ 46'$. 8. a) $\sphericalangle BOC = 86^\circ 33'$; b) $\sphericalangle AOC = 101^\circ 36'$; c) $\sphericalangle AOB = 90^\circ$. 9. $\sphericalangle AOB = 29^\circ$, $\sphericalangle BOC = 30^\circ$, $\sphericalangle COD = 31^\circ$. 10. a) $\sphericalangle AOB = 32^\circ$, $\sphericalangle BOC = 16^\circ$; b) $\sphericalangle AOB = 15^\circ 15'$, $\sphericalangle BOC = 45^\circ 45'$; c) $\sphericalangle AOB = 41^\circ$, $\sphericalangle BOC = 34^\circ$; d) $\sphericalangle AOB = 32^\circ 30'$, $\sphericalangle BOC = 23^\circ 30'$; 11. a) $\sphericalangle AOB = 66^\circ 36'$, $\sphericalangle BOC = 20^\circ 24'$; b) $\sphericalangle AOB = 16^\circ 27'$, $\sphericalangle BOC = 78^\circ 33'$. 12. $\sphericalangle BAC = 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ + 7^\circ = 17^\circ$. 13. $\sphericalangle NOP = 30^\circ$. 14. $\sphericalangle DOF = 60^\circ$, $\sphericalangle EOF = 40^\circ$. 15. $\sphericalangle EDM = 20^\circ$, $\sphericalangle MDN = 40^\circ$, $\sphericalangle NDF = 30^\circ$. 16. $a + a + 1 + a + 2 + \dots + 2a = 84 \Rightarrow a(a+1) + \frac{a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow \frac{3a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow a(a+1) = 56 \Rightarrow a = 7$; măsurile unghiurilor

sunt $7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ, 12^\circ, 13^\circ, 14^\circ$. 17. $\sphericalangle A = a^\circ$, deci $\frac{n(n+1)}{2}a^\circ = 45^\circ$ sau $n(n+1)a^\circ = 90^\circ$.

Dacă $n(n+1) = 2 \cdot 3$, obținem $\sphericalangle A_1 = 15^\circ$ și $\sphericalangle A_2 = 30^\circ$; dacă $n(n+1) = 5 \cdot 6$, obținem $\sphericalangle A_1 = 3^\circ$, $\sphericalangle A_2 = 6^\circ$, $\sphericalangle A_3 = 9^\circ$, $\sphericalangle A_4 = 12^\circ$ și $\sphericalangle A_5 = 15^\circ$; dacă $n(n+1) = 9 \cdot 10$, obținem $\sphericalangle A_1 = 1^\circ$, $\sphericalangle A_2 = 2^\circ$, $\sphericalangle A_3 = 3^\circ$, $\sphericalangle A_4 = 4^\circ$, $\sphericalangle A_5 = 5^\circ$, $\sphericalangle A_6 = 6^\circ$, $\sphericalangle A_7 = 7^\circ$, $\sphericalangle A_8 = 8^\circ$ și $\sphericalangle A_9 = 9^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. $\sphericalangle MOP = 82^\circ$. 2. a) $\sphericalangle DOF = 33^\circ 15'$; b) $\sphericalangle EOD = 76^\circ 23'$. 3. $35^\circ, 40^\circ$.

Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi

1. a) A; b) A; c) A. 4. a) $\sphericalangle NOP = 78^\circ - 39^\circ = 39^\circ$, deci $\sphericalangle MOP \equiv \sphericalangle NOP$; b) $\sphericalangle MOP = 94^\circ - 47^\circ = 47^\circ$, deci $\sphericalangle MOP \equiv \sphericalangle NOP$. 5. a) $\sphericalangle AOC = 20^\circ$; b) $\sphericalangle AOC = 27^\circ$; c) $\sphericalangle AOC = 38^\circ$. 6. a) $\sphericalangle MON = 50^\circ$; b) $\sphericalangle MON = 64^\circ$; c) $\sphericalangle MON = 82^\circ$. 8. a) $\sphericalangle MON = 46^\circ 30'$; b) $\sphericalangle MON = 75^\circ 30'$. 9. $\sphericalangle DOF = \sphericalangle EOF = 15^\circ 42'$. 10. a) $\sphericalangle EOF = 35^\circ 45'$; b) $\sphericalangle EOF = 33^\circ 48'$; c) $\sphericalangle EOF = 24^\circ 59'$. 11. i) a) $\sphericalangle DOC = 21^\circ$; b) $\sphericalangle COF = 16^\circ 30'$; ii) a) $\sphericalangle EOF = 112^\circ$; b) $\sphericalangle EOF = 29^\circ 8'$. 12. i) a) $\sphericalangle EOF = 45^\circ$; b) $\sphericalangle EOF = 51^\circ 30'$; c) $\sphericalangle EOF = 42^\circ 30'$; ii) a) $\sphericalangle AOB = 102^\circ 40'$; b) $\sphericalangle AOB = 75^\circ$; c) $\sphericalangle AOB = 91^\circ 52'$.

13. $\sphericalangle AOB \in \{10^\circ, 14^\circ, 26^\circ, 38^\circ, 62^\circ, 86^\circ\}$. 14. $\frac{\sphericalangle AOD}{2} + \frac{\sphericalangle AOD}{3} + \frac{\sphericalangle AOD}{6} = \sphericalangle AOD$.

15. Presupunem că semidreapta OC este situată în semiplanul mărginit de dreapta OM și care conține punctul B . Observăm că $\sphericalangle COM = \sphericalangle COA - \sphericalangle AOM$ și $\sphericalangle COM = \sphericalangle COB + \sphericalangle BOM$, de unde rezultă că $2\sphericalangle COM = \sphericalangle COA + \sphericalangle COB$, deci $\sphericalangle COM = \frac{\sphericalangle COA + \sphericalangle COB}{2}$. 16. $3^{n+2} - 5^n = 5^{n+1} - 3^n$

Test de evaluare stadială

2. Observăm că unghiurile E și F sunt interne de aceeași parte a secantei EF și $\sphericalangle E + \sphericalangle F = 180^\circ$, prin urmare cele două tangente sunt paralele. 3. $\sphericalangle ABO = \sphericalangle BOD = 90^\circ$ (alterne interne), deci $\widehat{BD} = 90^\circ$, prin urmare $\widehat{BCD} = 270^\circ$.

Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri

1. Tangente interioare. 2. Interioare. 3. Exterioare. 4. Secante. 5. Tangente exterioare. 9. Prin translație se arată că $AE \parallel BF$. 10. a) Punctele T , O_1 și O_2 sunt coliniare; b) $AO_1 \parallel BO_2$. 11. a) $O_1O_2 = 11$ cm; b) $O_1O_2 = 3$ cm. 12. $O_1O_2 \cap EF = \{M\}$; $O_1O_2 \perp EF$ și $ME \equiv MF$. 13. $O_1O_2 = R_1 + R_2 - AB$, de unde rezultă că $AB = 4$ cm. 14. $AB \parallel CD$. 15. Punctele O_1 , T și O_2 sunt coliniare. Dacă dreapta AT este tangenta în punctul T la cercul \mathcal{C}_1 , atunci $\sphericalangle O_1TA = 90^\circ$, de unde rezultă că $\sphericalangle O_2TA = 90^\circ$, prin urmare dreapta AT este tangenta în punctul T la cercul \mathcal{C}_2 . 16. $O_1E \perp g$ și $O_2F \perp g$, deci $O_1E \parallel O_2F$. 17. $\sphericalangle MTN = 90^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. a) F; b) F; c) A; d) F; e) A. 2. $O_1O_2 = R_1 + R_2 - AB = 7$ cm. 3. $\widehat{AB} = \widehat{CD} = \sphericalangle AOB$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. 2. A. 3. B. 4. D. 5. C. II. 1. $AB \parallel EF$. 2. $\widehat{ACB} = 270^\circ$. 3. $\sphericalangle EDF = 60^\circ$. 4. Observăm că $O_1E + EO_2 = O_2F$, deci $r + r + 1 = r + 2$, de unde rezultă că $r = 1$ cm, prin urmare $R = 3$ cm.

Testul 2. I. 1. D. 2. A. 3. A. 4. B. 5. C. II. 1. $MN \equiv NP \equiv PM$. 2. $\widehat{AD} = 122^\circ$, $\widehat{DB} = 58^\circ$, $\widehat{BC} = 122^\circ$, $\widehat{CA} = 58^\circ$. 3. $R_1 = 4$ cm și $R_2 = 6$ cm. 4. $\widehat{MP} = \widehat{NP} = 90^\circ$.

Testul 3. I. 1. A. 2. C. 3. A. 4. D. 5. D. II. 1. $AC \parallel BD$. 2. $O_1O_2 = 2,5$ cm. 3. $\sphericalangle BOC = 120^\circ$. 4. $\sphericalangle MON = 72^\circ$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. F. 3. A. II. 1. 2,5 cm. 2. 90° . 3. 2. III. 1. B. 2. C. 3. D. IV. Notăm cu a și b cele două tangente, $A \in a$, $B \in b$ și $AO \cap b = C$. Deoarece $OA \perp a$ și $a \parallel b$, rezultă că $OC \perp b$. Dacă $C \neq B$, înseamnă că din O au fost construite două perpendiculare pe a , ceea ce este imposibil, deci $C = B$, așadar punctele A , O și B sunt coliniare. V. a) $\widehat{DE} = 72^\circ$, $\widehat{EF} = 120^\circ$ și $\widehat{FD} = 168^\circ$; b) $\sphericalangle DOE = 160^\circ$, $\sphericalangle EOF = 120^\circ$, $\sphericalangle FOD = 80^\circ$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. C. 360°. 2. B. 407 m. 3. A. 130 000 m². 4. $\sphericalangle OCB = 55^\circ 30'$. 5. $\sphericalangle AOB = 18^\circ 30'$. 6. $\sphericalangle OCB = 55^\circ 30'$ și $\sphericalangle BOC = 55^\circ 30'$, deci $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle OCB$. 7. $BC = AC - AB = 12,5$ m, deci $AB \equiv BC$. 8. Deoarece $DB \perp AC$ și $AB \equiv BC$, rezultă că dreapta DB este mediatoarea segmentului AC . 9. Unghiurile EAC și ACD sunt interne de aceeași parte a secantei AC și, deoarece $\sphericalangle EAC + \sphericalangle ACD = 180^\circ$, rezultă că $AE \parallel CD$.

Modele de teste pentru evaluarea cunoștințelor

Testul 1

Subiectul I. 1. B. 2. D. 3. A. 4. B. 5. D. 6. A. 7. C. 8. D. 9. C. Subiectul al II-lea. 1. $E \cup F = \{a, b, c, d, g\}$; $E \cap F = \{b, d\}$, $E \setminus F = \{a, c\}$, $F \setminus E = \{g\}$. 2. $x = 40\%$ din y . 3. $\overline{ab} \in \{10, 50,$

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime	8
Lecția 2. Relații între mulțimi	13
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi	21
Teste de evaluare sumativă	25
Fișă pentru portofoliul elevului	27
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	28
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale	31
Lecția 7. Numere naturale prime între ele	34
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale	37
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în \mathbb{N}	41
Teste de evaluare sumativă	44
Fișă pentru portofoliul elevului	46
Model de test pentru Evaluarea Națională	48

CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte	50
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor	54
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție	58
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni	62
Lecția 14. Șir de rapoarte egale	67
Lecția 15. Procente	70
Teste de evaluare sumativă	74
Fișă pentru portofoliul elevului	76
Lecția 16. Mărimi direct proporționale	78
Lecția 17. Mărimi invers proporționale	81
Lecția 18. Regula de trei simplă	85
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor	89
Lecția 20. Probabilități	94
Teste de evaluare sumativă	98
Fișă pentru portofoliul elevului	101
Model de test pentru Evaluarea Națională	103

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente	105
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	109
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare	113
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf	115

Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct.....	119
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	122
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	125
Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă	127
Lecția 7. Drepte paralele	130
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	134
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	138
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	141
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	143
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă	146
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment	150
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	154
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	157
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	160
Lecția 13. Cercul.....	161
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	165
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri	169
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	173
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	175
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	177
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINȚELOR	179
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	182