8

Anton Negrilă
Maria Negrilă

Teste de MATEMATICĂ pentru Simularea Evaluării Naționale

Ediția a IV-a, revizuită și adăugită

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 3074/31.01.2022.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Iuliana Ene
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
NEGRILĂ, ANTON
Teste de matematică pentru Simularea Evaluării Naționale la clasa a VIII-a /
Anton Negrilă, Maria Negrilă. – Ed. a 4-a, reviz. și adăug. – Pitești : Paralela 45, 2024
ISBN 978-973-47-3548-8

I. Negrilă, Maria

51

TESTUL 1

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $|-6| - \sqrt{3^2 + 4^2}$ este egal cu:
a) –11; **b)** –1; **c)** 0; **d)** 1.

(5p) **2.** Dacă 20% dintr-un număr este egal cu 18, atunci numărul este egal cu:
a) 72; **b)** 84; **c)** 90; **d)** 96.

(5p) **3.** Cel mai mare număr întreg din intervalul $\left(-\infty, -3\frac{1}{3}\right)$ este:
a) –5; **b)** –4; **c)** –3; **d)** –2.

(5p) **4.** Patru elevi, Ana, Lucian, Teodora și Andu, au calculat suma elementelor mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, -2 < \frac{3x+8}{2} \leq 7\right\}$. Rezultatele lor sunt trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de:

Ana	Lucian	Teodora	Andu
–7	–5	–3	–1

a) Ana; **b)** Lucian; **c)** Teodora; **d)** Andu.

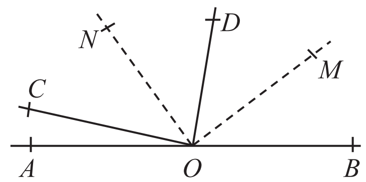
(5p) **5.** Valoarea numărului real $x = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} - 2\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$ este egală cu:
a) $-\sqrt{3}$; **b)** $-\sqrt{2}$; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** $\sqrt{3}$.

(5p) **6.** Se consideră numărul $\sqrt{0,(4)}$. Sofia afirmă: „Numărul considerat este rațional." Afirmația Sofiei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

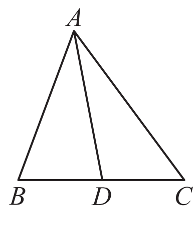
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C și D sunt coliniare, în ordinea dată, astfel încât $BD = 2AB$ și $BC = 2CD$. Știind că $CD = 4$ cm, lungimea segmentului AC este egală cu:
a) 10 cm; **b)** 12 cm;
c) 14 cm; **d)** 18 cm.

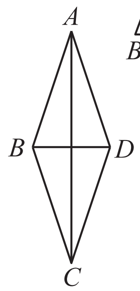
(5p) **2.** În figura alăturată, punctele A, O, B sunt coliniare. În același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele perpendiculare OC și OD, iar $\sphericalangle BOD = 8\sphericalangle AOC$. Dacă ON este bisectoarea unghiului COD și OM este bisectoarea unghiului BOD, măsura unghiului MON este egală cu:
a) 75°; **b)** 78°;
c) 85°; **d)** 90°.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, având aria egală cu 144 cm² și $AB = 16$ cm, iar AD este mediană, cu $D \in BC$. Distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu:
a) 6 cm; **b)** 8 cm;
c) 9 cm; **d)** 12 cm.

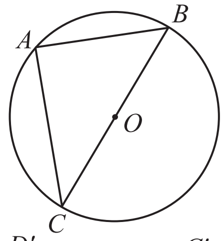


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$, al cărui perimetru este egal cu 48 cm și $\sphericalangle ABC = 150°$. Aria rombului $ABCD$ este egală cu:
a) 54 cm²; **b)** 60 cm²;
c) 64 cm²; **d)** 72 cm².



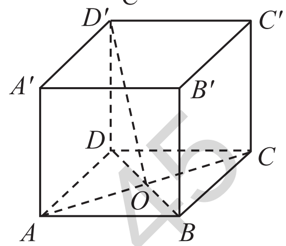
(5p) **5.** Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc de centru O și rază R, astfel încât $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm și $BC = 20$ cm. Distanța de la punctul O la coarda AB este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 8 cm;
c) 9 cm; **d)** 10 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, cu $AC \cap BD = \{O\}$. Măsura unghiului format de dreptele $A'B$ și $D'O$ este egală cu:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 75°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. La o preselecție, pe un teren de sport, sunt mai puțin de 215 copii care joacă fotbal. Dacă aceștia sunt așezați în coloane de câte 8, rămân pe margine 5 copii, dacă sunt așezați în coloane de câte 9, rămân pe margine 6 copii, iar dacă sunt așezați în coloane de câte 12, rămân pe margine 9 copii.

(2p) **a)** Este posibil ca pe terenul de sport să se afle 141 de copii? Justifică răspunsul dat.
(3p) **b)** Determină numărul maxim de copii care au participat la selecție.

2. Se consideră mulțimea $A = \left\{x \in \mathbb{R} \;\middle|\; -5 \le \dfrac{6x-8}{4} < 4\right\}$ și numărul real $x = |3 - 2a| - |2 - a| - \sqrt{a^2}$, unde a este un număr real, $a < 0$.

(2p) **a)** Scrie mulțimea A sub formă de interval.
(3p) **b)** Arată că numărul real x aparține mulțimii A.

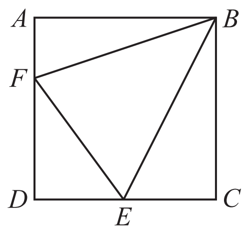
3. Se consideră numerele reale a și b, unde:

$$a = 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) + \frac{2(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}} - \left|\sqrt{2}-3\right| \text{ și } b = \sqrt{(\sqrt{3}-6)^2} + 3\left|\sqrt{3}-3\right| + \sqrt{6}(2\sqrt{2}-\sqrt{6}).$$

(2p) **a)** Determină valoarea numărului real a.
(3p) **b)** Calculează media geometrică a numerelor reale a și b.

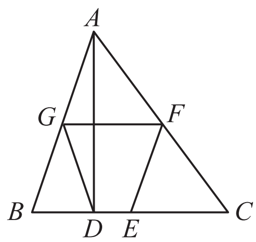
4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu latura $AB = 12$ cm, punctul E este mijlocul laturii CD, iar punctul $F \in AD$, astfel încât $DF = 2AF$.

(2p) **a)** Determină aria triunghiului BEF.
(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul B la dreapta EF.



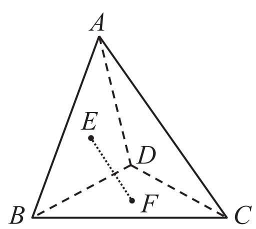
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, cu $AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $\sphericalangle ABC = 60°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctele E, F, G sunt mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB.

(2p) **a)** Demonstrează că patrulaterul $DEFG$ este trapez isoscel.
(3p) **b)** Calculează aria trapezului isoscel $DEFG$.



6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul $ABCD$, în care punctul E este centru de greutate în triunghiul ABD, punctul F este centru de greutate în triunghiul BCD, iar $AC = 24$ cm.

(2p) **a)** Arată că $EF \parallel (ACD)$.
(3p) **b)** Calculează lungimea segmentului EF.



TESTUL 11

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului 20 – 10 : 2 este egal cu:
a) 4; **b)** 5; **c)** 10; **d)** 15.

(5p) **2.** Numărul care reprezintă 35% din 60 este egal cu:
a) 15; **b)** 18; **c)** 21; **d)** 24.

(5p) **3.** Suma elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \le x < 3\}$ este egală cu:
a) –3; **b)** –2; **c)** –1; **d)** 2.

(5p) **4.** Dintre numerele $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$, cel mai mare este:
a) $\frac{2}{3}$; **b)** $\frac{3}{4}$; **c)** $\frac{5}{6}$; **d)** $\frac{7}{8}$.

(5p) **5.** Patru elevi, Mara, Luca, Sofia și Tudor, au calculat produsul numerelor $-3\sqrt{2}$ și $5\sqrt{2}$. Rezultatele obținute de ei sunt prezentate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:

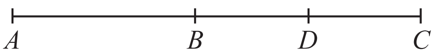
Mara	Luca	Sofia	Tudor
–30	–15	15	30

a) Mara; **b)** Luca; **c)** Sofia; **d)** Tudor.

(5p) **6.** Se consideră intervalele: $A = (-1; 4)$ și $B = (2; 5)$. Numărul întreg care aparține mulțimii $A \cap B$ este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

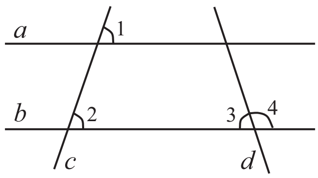
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare *A*, *B* și *C*, iar punctul *D* este mijlocul segmentului *BC*, astfel încât *AB* = 6 cm și *AC* = 14 cm. Lungimea segmentului *AD* este egală cu:



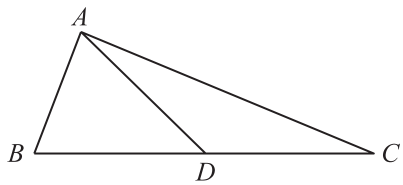
a) 6 cm; **b)** 8 cm;
c) 10 cm; **d)** 12 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele *a* și *b* tăiate de secantele *c* și *d*, astfel încât $\sphericalangle 1 = 70°$, iar $\sphericalangle 2 \equiv \sphericalangle 3$. Măsura unghiului $\sphericalangle 4$ este egală cu:



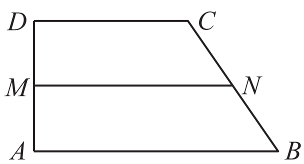
a) 100°; **b)** 110°;
c) 120°; **d)** 130°.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic *ABC*, cu $\sphericalangle BAC = 90°$ și $\sphericalangle B = 60°$, iar *AB* = 6 cm. Punctul *D* este mijlocul ipotenuzei *BC*. Perimetrul triunghiului *ADC* este egal cu:



a) $6(1+\sqrt{3})$ cm; **b)** $6(2+\sqrt{3})$ cm;
c) $6(1+2\sqrt{3})$ cm; **d)** $6(3+\sqrt{3})$ cm.

(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic *ABCD*, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$ și punctele *M* și *N* mijloacele segmentelor *AD* și, respectiv, *BC*. Dacă unghiul *ABC* are măsura egală cu 60°, *MN* = 14 cm și *BC* = 24 cm, atunci aria trapezului *ABCD* este egală cu:

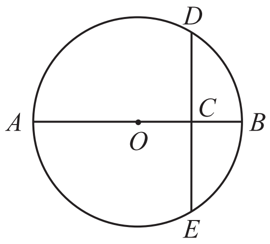


a) 180 cm^2; **b)** $180\sqrt{2}$ cm^2;
c) $168\sqrt{3}$ cm^2; **d)** $180\sqrt{3}$ cm^2.

(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și rază $R = 6$ cm. Punctul C este mijlocul segmentului OB, iar perpendiculara dusă în punctul C pe diametrul AB taie cercul în punctele D și E. Lungimea segmentului DE este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 8 cm;

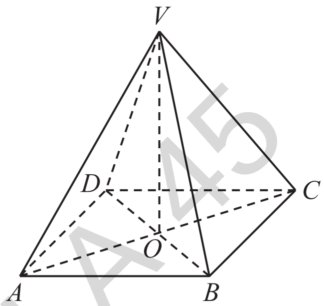
c) $6\sqrt{2}$ cm; **d)** $6\sqrt{3}$ cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră $VABCD$ în care toate muchiile ei au aceeași lungime. Măsura unghiului format de dreptele necoplanare BC și VD are măsura egală cu:

a) 60°; **b)** 75°;

c) 90°; **d)** 120°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Numerele 377, 517 și 803, împărțite la același număr natural nenul n, dau câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv, 11. Determină:

(2p) **a)** cea mai mică valoare pe care o poate lua n.

(3p) **b)** cea mai mare valoare pe care o poate lua n.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)(3x + 5) - (2x + 3)^2 - (x - 2)^2 - 9(x + 4) - 2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 - 10x - 56$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(3^{2n} - 4)$ se divide cu 9^{n+1}, cu $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

3. Se consideră punctele $A(4, -6)$, $B(2, 5)$ și $C(-2, -3)$.

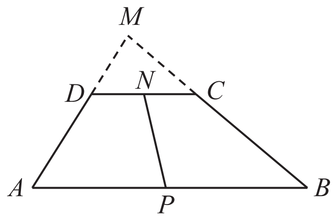
(2p) **a)** Reprezintă într-un sistem de axe de coordonate xOy punctele de mai sus și calculează perimetrul triunghiului ABC.

(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul C la dreapta AB.

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$ și punctele N și P mijloacele bazelor DC, respectiv AB. Dacă $AB = 40$ cm, $BC = 20$ cm, $CD = 15$ cm și $AD = 15$ cm, iar $AD \cap BC = \{M\}$, atunci:

(2p) **a)** arată că perimetrul triunghiului MDC este egal cu 36 cm;

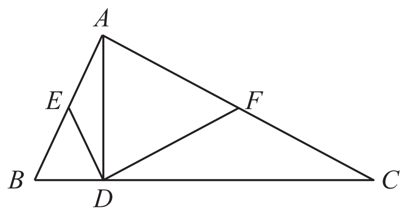
(3p) **b)** calculează lungimea segmentului NP.



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle BAC = 90°$, $AD \perp BC$, $D \in BC$, iar E și F sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC.

(2p) **a)** Demonstrează că dreptele DE și DF sunt perpendiculare.

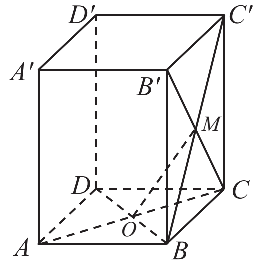
(3p) **b)** Dacă $AB = 9$ cm și $AC = 12$ cm, calculează aria patrulaterului $AEDF$.



6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$, cu baza pătratul $ABCD$, cu $AB = 8\sqrt{2}$ cm, $AA' = 8\sqrt{3}$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$ și $BC' \cap B'C = \{M\}$.

(2p) **a)** Demonstrează că $OM \parallel (AB'D')$.

(3p) **b)** Calculează sinusul unghiului format de dreptele OM și $D'C$.



TESTUL 21

SUBIECTUL I. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dacă $(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^t$, atunci valoarea raportului $\frac{x+z}{y-t}$ este egală cu:

a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) **2.** Prețul unui obiect este egal cu 120 de lei. După ce se reduce cu 25%, noul preț al obiectului va fi egal cu:

a) 72 lei; **b)** 75 lei; **c)** 80 lei; **d)** 90 lei.

(5p) **3.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile medii zilnice ale lunii ianuarie dintr-un an.

Numărul de zile	3	5	8	3	1	2	4	3	2
Temperatura (°C)	–16	–12	–10	–6	–7	–5	–3	4	3

Temperatura medie a lunii ianuarie a fost egală cu:

a) –7°C; **b)** –8°C; **c)** –9°C; **d)** –10°C.

(5p) **4.** Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr de forma $\overline{25a}$, scris în baza 10, divizibil cu 3, este egală cu:

a) 3; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 8.

(5p) **5.** Patru elevi au avut de calculat valoarea numărului $a = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{1}{\sqrt{12}} - \frac{1}{\sqrt{8}}\right) \cdot \sqrt{24}$.

Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de:

Ioana	**Andrei**	**Alexandra**	**Radu**
$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

a) Ioana; **b)** Andrei;
c) Alexandra; **d)** Radu.

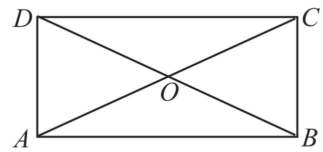
(5p) **6.** Matei are 14 lei, iar Luca are 3 lei. Luca îi spune lui Matei: „Dacă aş mai avea 4 lei, atunci suma mea ar fi jumătate din banii tăi.” Afirmația lui Luca este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

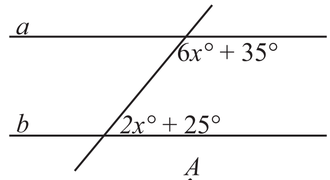
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi *ABCD*, în care punctul *O* reprezintă intersecția diagonalelor sale. Simetricul punctului *D* față de punctul *O* este punctul:

a) *A*; **b)** *M*;
c) *B*; **d)** *C*.



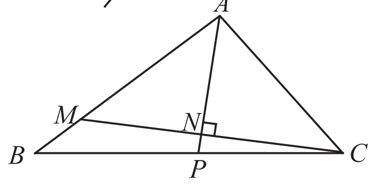
(5p) **2.** În figura alăturată dreptele *a* și *b* sunt paralele. Valoarea lui *x* este egală cu:

a) 10; **b)** 15;
c) 20; **d)** 25.



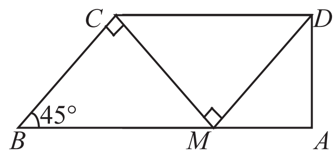
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul *ABC*, cu *AB* = 12 cm și *AC* = 8 cm, iar *AP* este bisectoarea unghiului *BAC*. Perpendiculara *CN* pe bisectoarea *AP*, $N \in AP$, intersectează latura *AB* în punctul *M*. Lungimea segmentului *MB* este egală cu:

a) 3 cm; **b)** 4 cm;
c) 5 cm; **d)** 6 cm.

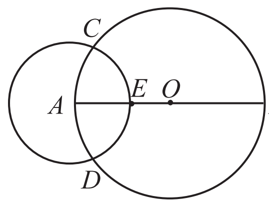


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic *ABCD*, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB = 18\sqrt{2}$ cm și $\sphericalangle ABC = 45°$. Pe baza mare *AB* se ia punctul *M*, astfel încât $\sphericalangle BCM = \sphericalangle CMD = 90°$. Lungimea segmentului *BC* este egală cu:

a) 9 cm; **b)** $9\sqrt{2}$ cm;
c) 12 cm; **d)** $12\sqrt{2}$ cm.



(5p) **5.** Cercurile din figura alăturată se intersectează în punctele C și D. Punctul A este centrul cercului mic, iar segmentul AB este diametrul cercului mare de centru O. Dacă măsura arcului $\overset{\frown}{CED}$ este egală cu $150°$, atunci măsura unghiului CBD este egală cu:



a) $15°$; **b)** $30°$;
c) $45°$; **d)** $60°$.

(5p) **6.** Un bazin de înot are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 30 m și 18 m, iar înălțimea de 2,5 m. Se toarnă apă în bazin până la înălțimea de 2 m. Numărul kilolitrilor de apă din bazin este egal cu:
a) 1060 kl; **b)** 1070 kl; **c)** 1080 kl; **d)** 1090 kl.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Pentru a confecționa 5 bluze și 8 rochii este nevoie de 34 m de material, iar pentru a confecționa 3 bluze și 5 rochii (de același fel) sunt necesari 21 m de material.

(2p) **a)** Pentru a confecționa o rochie sunt suficienți 5 m de material? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină câți metri sunt necesari pentru confecționarea unei rochii.

2. Se consideră expresia $E(x) = 2(2x-1)^2 - 3(2x+3)(x-1) - (x-1)^2 + 11x - 9$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $(2x+3)(x-1) = 2x^2 + x - 3$, pentru orice număr real x.

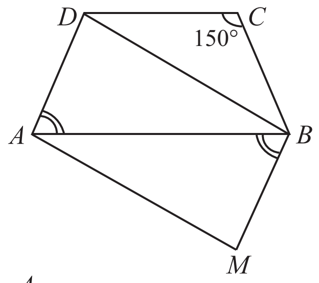
(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) = (x+1)^2$, pentru orice număr real x.

3. Se consideră numărul real $n = \dfrac{3\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} + \dfrac{6\left(\sqrt{6}+3\right)}{\sqrt{6}} - \dfrac{18\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

(2p) **a)** Arată că $\dfrac{18\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{6}-5$.

(3p) **b)** Arată că $n = 5$.

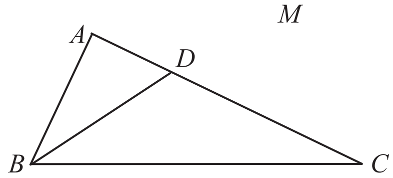
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AD = BC = 12$ cm și $\sphericalangle BCD = 150°$. Se consideră punctul M, astfel încât $AM \parallel BD$ și $\sphericalangle ABM \equiv \sphericalangle BAD$.



(2p) **a)** Demonstrează că segmentele AM și AC sunt congruente.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului MC.

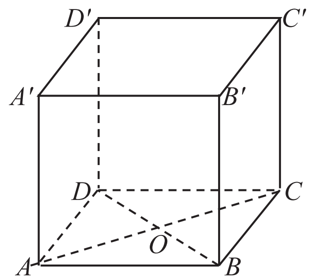
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\sphericalangle C = 30°$, iar ipotenuza $BC = 24\sqrt{3}$ cm. Bisectoarea unghiului ABC intersectează latura AC în punctul D.



(2p) **a)** Arată că perimetrul triunghiului BDC este egal cu $24\left(2+\sqrt{3}\right)$ cm.

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul D la ipotenuza BC.

6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, în care $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$ și $AD' \cap A'D = \{M\}$.



(2p) **a)** Arată că $D'O \parallel (A'BC')$.

(3p) **b)** Calculează măsura unghiului format de dreptele OM și $B'C$.

TESTUL 31

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma tuturor cifrelor reprezentate prin numere prime este egală cu:
a) 17; **b)** 18; **c)** 24; **d)** 26.

(5p) **2.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate de Maria la ora 7:00, pe parcursul unei săptămâni:

Ziua	**Luni**	**Marți**	**Miercuri**	**Joi**	**Vineri**	**Sâmbătă**	**Duminică**
Temperatura (°C)	–1	+1	–2	–1	–4	–2	+2

Media temperaturilor negative măsurate de Maria în săptămâna respectivă este egală cu:
a) –4; **b)** –3; **c)** –2; **d)** –1.

(5p) **3.** Mara vrea să-și cumpere un laptop. Ea a economisit deja 80% din suma necesară, adică 1600 de lei. Prețul laptopului este egal cu:
a) 1800 lei; **b)** 2000 lei; **c)** 2200 lei; **d)** 2400 lei.

(5p) **4.** Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor $a=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ și $b=\sqrt{32}$. Rezultatele obținute au fost înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de:

Darius	**Dinu**	**Vlad**	**Rareș**
$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4

a) Darius; **b)** Dinu; **c)** Vlad; **d)** Rareș.

(5p) **5.** Pornind de la egalitatea $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$, patru eleve au calculat valoarea raportului $r=\frac{4x+6y}{5x-3y}$ și au obținut rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cele patru eleve, cea care a calculat corect este:

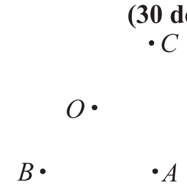
Ioana	**Alexandra**	**Andreea**	**Cristina**
26	27	28	30

a) Ioana; **b)** Alexandra; **c)** Andreea; **d)** Cristina.

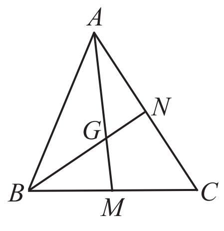
(5p) **6.** Sofia a urcat cu liftul dintr-un bloc cu 14 etaje, pornind de la etajul 3 încă 8 etaje. Sofia afirmă: „Până la ultimul etaj mai sunt 4 etaje.” Afirmația Sofiei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

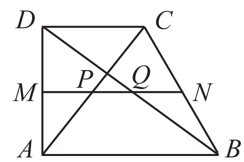
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele *A*, *B*, *C* și *O*, astfel încât punctul *C* este simetricul punctului *B* față de punctul *O*, iar $AO=\frac{BC}{2}$.
Măsura unghiului *BAC* este egală cu:
a) 60°; **b)** 75°;
c) 90°; **d)** 120°.



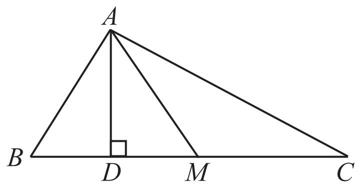
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul *ABC*, în care punctul *M* este mijlocul laturii *BC*, iar punctul *N* este mijlocul laturii *AC*. Știind că $AM=$ $=12$ cm și $AM\cap BN=\{G\}$, lungimea segmentului *AG* este egală cu:
a) 4 cm; **b)** 6 cm;
c) 7 cm; **d)** 8 cm.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic *ABCD*, cu $\sphericalangle A=\sphericalangle D=90°$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și *MN* linie mijlocie. Știind că $MN\cap AC=\{P\}$ și $MN\cap BD=\{Q\}$, astfel încât $PQ=6$ cm, iar $\sphericalangle ABC=45$ °, lungimea înălțimii *AD* este egală cu:
a) 10 cm; **b)** 12 cm;
c) 15 cm; **d)** 18 cm.

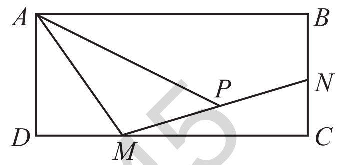


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle BAC = 90°$, $AB \equiv AM$, unde punctul M este mijlocul ipotenuzei BC, iar $AD \perp BC$, $D \in BC$. Raportul segmentelor BD și CD este egal cu:



a) $\frac{1}{4}$; **b)** $\frac{1}{3}$;
c) $\frac{1}{2}$; **d)** $\frac{2}{3}$.

(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $M \in CD$, punctul N este mijlocul laturii BC, cu $DM \equiv CN$, iar punctul P este mijlocul segmentului MN. Dacă $AB = 18$ cm și $AD = 12$ cm, lungimea segmentului AP este egală cu:



a) 12 cm; **b)** $6\sqrt{6}$ cm;
c) 15 cm; **d)** $8\sqrt{5}$ cm.

(5p) **6.** O ladă frigorifică în formă de paralelipiped dreptunghic este plină cu cutii identice în formă de cub cu muchia exprimată printr-un număr natural de centimetri. Dacă lada frigorifică are dimensiunile egale cu 100 cm, 80 cm, respectiv 60 cm, atunci numărul minim de cutii cubice care ocupă tot spațiul din ladă, fără a rămâne locuri libere, este egal cu:
a) 60; **b)** 65; **c)** 70; **d)** 75.

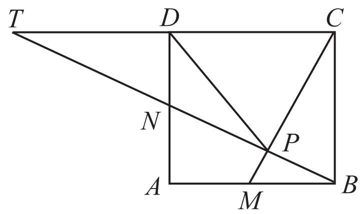
SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Diferența dintre prețul unui ghiozdan și prețul unui stilou este egală cu 20 de lei. Dacă ghiozdanul se ieftinește cu 25%, iar stiloul se ieftinește cu 10%, atunci prețul ghiozdanului devine egal cu prețul stiloului.
(2p) **a)** Află prețul stiloului.
(3p) **b)** Calculează prețul ghiozdanului după ieftinire.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x^2 - 3x + 1)^2 - (x^2 - 3x)^2 - x^2 + 8$, unde x este un număr real.
(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x - 3)^2$, pentru orice număr real x.
(3p) **b)** Determină valorile numerelor întregi n, pentru care $E(n) = 16$.

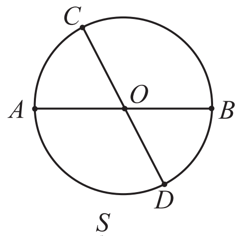
3. Se consideră numerele reale $a = 2\sqrt{6}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}}\right) + \frac{18}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$ și $b = \frac{10}{4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}} - 3\left|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right| + 1$.
(2p) **a)** Determină valorile numerelor reale a și b.
(3p) **b)** Calculează $(a - b)^{2021}$.

4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, iar punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AD. Știind că $CD \cap BN = \{T\}$ și $CM \cap BT = \{P\}$, demonstrează că:



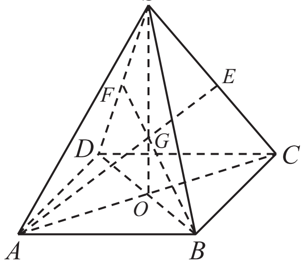
(2p) **a)** $CM \equiv BN$;
(3p) **b)** ΔPDT este isoscel.

5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, pe care se află punctele A, B, C și D. Punctele A și B sunt diametral opuse, iar $CD \cap AB = \{O\}$, astfel încât $AC = 6$ cm și $\sphericalangle BOC = 120°$.



(2p) **a)** Demonstrează că $AC \parallel BD$.
(3p) **b)** Calculează aria patrulaterului $ACBD$.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida regulată $SABCD$, cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 12\sqrt{2}$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$, $SO \perp (ABC)$, iar $\text{tg}(\sphericalangle(SA, (ABC))) = \sqrt{2}$. Punctul G este situat pe dreapta SO, astfel încât $\frac{OG}{SG} = \frac{1}{2}$, iar $AG \cap SC = \{E\}$ și $BG \cap SD = \{F\}$.



(2p) **a)** Calculează distanța de la punctul G la muchia SA.
(3p) **b)** Arată că $(OEF) \parallel (SAB)$.

TESTUL 41

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $[-6 - (-8) : (+2)] : (-2)$ este egal cu:
a) –2; **b)** –1; **c)** 1; **d)** 2.

(5p) **2.** În tabelul de mai jos este prezentată situația mediilor generale la sfârșitul semestrului I a elevilor clasei a VIII-a dintr-un gimnaziu.

Medii	**5-5,99**	**6-6,99**	**7-7,99**	**8-8,99**	**9-9,99**	**10**
Număr elevi	14	31	36	29	26	14

Procentul elevilor care au medii mai mari sau egale cu 7 este egal cu:
a) 65%; **b)** 70%; **c)** 72%; **d)** 75%.

(5p) **3.** Într-o clasă sunt 14 fete, iar 44% din numărul elevilor sunt băieți. Numărul elevilor din clasă este egal cu:
a) 25; **b)** 26; **c)** 27; **d)** 28.

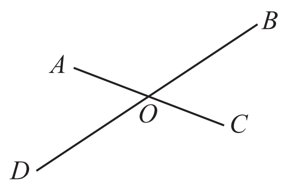
(5p) **4.** Se consideră numerele $x = 1\frac{21}{25}$, $y = 1\frac{3}{5}$, $z = 1\frac{17}{20}$, $t = 1\frac{3}{4}$. Ordinea descrescătoare a numerelor este:
a) x, y, z, t; **b)** y, x, t, z; **c)** t, y, x, z; **d)** z, x, t, y.

(5p) **5.** Numărul întreg n pentru care inegalitatea $n < 3 - 2\sqrt{3} < n + 1$ este adevărată este egal cu:
a) –2; **b)** –1; **c)** 0; **d)** 1.

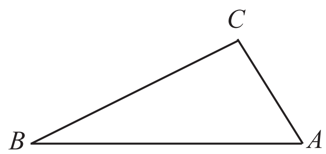
(5p) **6.** Sofia cumpără două pâini și 3 kg de cartofi. O pâine costă 1,80 lei și un kilogram de cartofi costă 2,80 lei și plătește la casa cu o bancnotă de 10 lei și două bancnote de câte un leu. Casiera spune că fata ar trebui să-i mai dea încă un leu. Afirmația casierei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

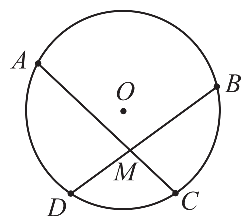
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C și D, astfel încât $AC \cap BD = \{O\}$ și $OA = OC$, iar $OB = OD$. Patrulaterul $ABCD$, astfel obținut, este:
a) trapez; **b)** pătrat;
c) dreptunghi; **d)** paralelogram.



(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, în care $\sphericalangle A = \frac{\sphericalangle C}{3}$ și $\sphericalangle B = \frac{\sphericalangle A}{2}$. Măsura unghiului B este egală cu:
a) 15°; **b)** 18°;
c) 20°; **d)** 24°.

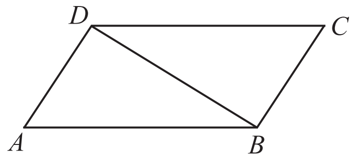


(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, pe care sunt situate punctele A, B, C, D (în ordinea dată), astfel încât $AC \cap BD = \{M\}$, $M \neq O$. Dacă $\overset{\frown}{AB}$ și $\overset{\frown}{CD}$ au măsurile egale cu 130°, respectiv 80°, atunci măsura unghiului BMC este egală cu:
a) 60°; **b)** 65°;
c) 70°; **d)** 75°.



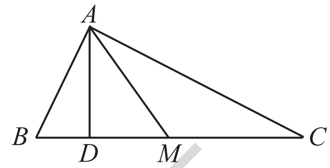
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un paralelogram $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $BD \perp AD$, $BD = 12$ cm și $AD = 4\sqrt{3}$ cm. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:

a) 24 cm; **b)** $18\sqrt{3}$ cm;
c) $24\sqrt{2}$ cm; **d)** $24\sqrt{3}$ cm.



(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle BAC = 90°$, iar $BC = 12$ cm. Dacă punctul M este mijlocul lui BC, iar $AD \perp BC$, $D \in BC$ și măsura unghiului DAM egală cu 30°, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:

a) 18 cm^2; **b)** $12\sqrt{2}$ cm^2;
c) $12\sqrt{3}$ cm^2; **d)** $18\sqrt{3}$ cm^2.



(5p) **6.** Un depozit de marfă are forma unui paralelipiped dreptunghic, având dimensiunile bazei de 12 m și 6 m, iar înălțimea depozitului fiind de 3 m. Numărul maxim de cutii ce pot fi depozitate în acest depozit, ele având fiecare forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 80 cm, 60 cm, iar înălțimea de 30 cm, este egal cu:

a) 1400; **b)** 1500; **c)** 1600; **d)** 1800.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Doi frați au economisit împreună 560 lei. După ce primul dintre frați cheltuie 25% din suma economisită de el, iar al doilea dintre frați cheltuie 20% din suma economisită de el, le mai rămân 432 lei.

(2p) **a)** Determină suma economisită de al doilea dintre frați.

(3p) **b)** Suma economisită de al doilea dintre frați reprezintă p% din suma economisită de primul dintre frați. Determină numărul rațional p.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)^2 + (1 + x)(x - 1) - 4(x - 2)^2 - 6(x - 3) + 7$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x + 3)^2$, pentru orice număr real x.

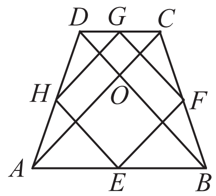
(3p) **b)** Determină numărul întreg a, pentru care numărul $n = E\left(2\sqrt{2} - 1\right) + 2a\sqrt{2} - 9$ este un număr întreg.

3. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{8}} - \frac{7}{2\sqrt{18}}\right) : \frac{15}{8\sqrt{6}}$ și $b = \left(\frac{4}{\sqrt{27}} - \frac{3}{2\sqrt{12}} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{8}$.

(2p) **a)** Arată că $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(3p) **b)** Arată că media geometrică a numerelor a și $3b$ este egală cu a.

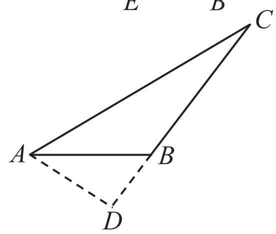
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AD = BC$, $AB = 24$ cm, $CD = 12$ cm și cu diagonalele perpendiculare, iar $AC \cap BD = \{O\}$. Punctele E, F, G, H sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD, respectiv AD.



(2p) **a)** Demonstrează că patrulaterul convex $EFGH$ este pătrat.

(3p) **b)** Calculează aria pătratului $EFGH$.

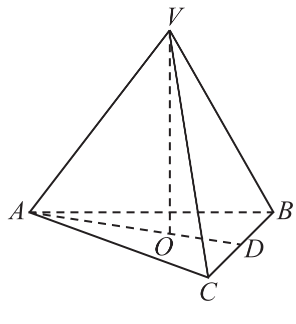
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, cu $\sphericalangle ABC = 135°$, $AB = 18\sqrt{2}$ cm, iar $BC = AB\sqrt{2}$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$.



(2p) **a)** Determină lungimea segmentului AD.

(3p) **b)** Determină perimetrul triunghiului ABC.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu $VO \perp (ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris bazei ABC și $AB = 24$ cm. Se știe că muchia laterală a piramidei formează un unghi cu planul bazei a cărui tangentă este egală cu $\sqrt{2}$, iar pe înălțimea VO se alege un punct T, $T \in VO$, astfel încât triunghiul ATV să fie isoscel, având baza AV.



(2p) **a)** Determină lungimea segmentului VT.

(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul T la muchia laterală VB a piramidei.

TESTUL 51

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului 12 – 9 : 3 este egal cu:
a) 1; **b)** 3; **c)** 6; **d)** 9.

(5p) **2.** Un obiect costă 160 de lei. După ce prețul obiectului s-a redus cu 25%, obiectul costă:
a) 60 de lei; **b)** 80 de lei; **c)** 100 de lei; **d)** 120 de lei.

(5p) **3.** Se consideră intervalele de numere reale $A = (-\infty, 3]$ și $B = (-2, +\infty)$. Intersecția intervalelor A și B este intervalul:
a) $(-\infty, -2]$; **b)** $(-2, 3]$; **c)** $(3, +\infty)$; **d)** $[-2, 3)$.

(5p) **4.** Cel mai mare număr întreg din intervalul $\left(-\infty, -1\frac{3}{4}\right]$ este:
a) –4; **b)** –3; **c)** –2; **d)** –1.

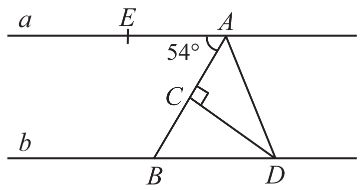
(5p) **5.** Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $4x^2 = 36$ este:
a) $\{-3\}$; **b)** $\{3\}$; **c)** $\{-3; 3\}$; **d)** $\{6\}$.

(5p) **6.** În prezent Sofia și Mara au împreună 27 de ani. Afirmația: „Peste trei ani Sofia și Mara vor avea împreună 30 de ani." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

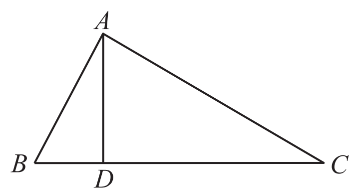
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E, în această ordine, sunt coliniare, astfel încât $AB < BC < CD < DE$ și $CD = 9$ cm. Lungimile lor, exprimate în centimetri, sunt patru numere naturale consecutive, iar punctul F este mijlocul segmentului BC. Lungimea segmentului FE este egală cu:
a) 15 cm; **b)** 16 cm;
c) 18 cm; **d)** 23 cm.

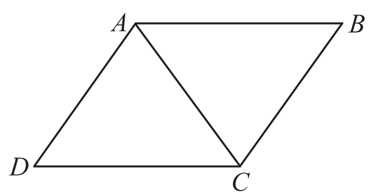
(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele a și b, cu $A \in a$, $B \in b$, punctul C este mijlocul segmentului AB și $CD \perp AB$, cu $D \in b$. Dacă punctul $E \in a$ și unghiul EAB are măsura egală cu 54°, atunci măsura unghiului ADC este egală cu:
a) 30°; **b)** 32°;
c) 34°; **d)** 36°.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 12$ cm și măsura unghiului B este egală cu 60°. Dacă $AD \perp BC$ și $D \in BC$, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
a) 6 cm; **b)** $6\sqrt{2}$ cm;
c) $6\sqrt{3}$ cm; **d)** $6\sqrt{6}$ cm.



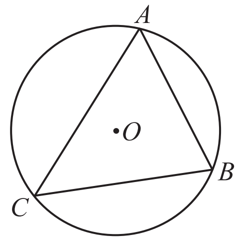
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AD \equiv AC$, măsura unghiului ADC este egală cu 45°, iar $AC = 6$ cm. Lungimea laturii AB este egală cu:
a) 6 cm; **b)** $6\sqrt{2}$ cm;
c) $6\sqrt{3}$ cm; **d)** $6\sqrt{5}$ cm.

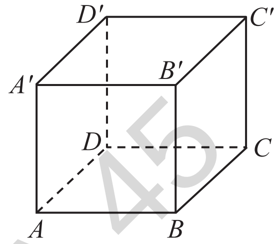


(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, cu punctele A, B, C aparținând $\mathscr{C}(O, R)$ care are arcul mic $\overset{\frown}{AB} = 90°$ și coarda $AB = 8$ cm. Aria triunghiului AOB este egală cu:

a) 12 cm^2; **b)** $12\sqrt{3}$ cm^2;

c) 16 cm^2; **d)** $8\sqrt{6}$ cm^2.





(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, având diagonala $BD' = 2\sqrt{6}$ cm. Aria totală a cubului este egală cu:

a) 36 cm^2; **b)** 48 cm^2;

c) 60 cm^2; **d)** 64 cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un biciclist parcurge un traseu în trei zile astfel: în prima zi parcurge 40% din întregul traseu, a doua zi parcurge $\frac{5}{12}$ din distanța rămasă, iar a treia zi parcurge ultimii 56 km.

(2p) **a)** Cât la sută din întregul traseu reprezintă distanța parcursă în a II-a zi?

(3p) **b)** Care este distanța parcursă de biciclist în cele trei zile?

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{3}{x-3} + \frac{x}{x+3}\right) : \frac{x^2+9}{x^2-5x+6}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

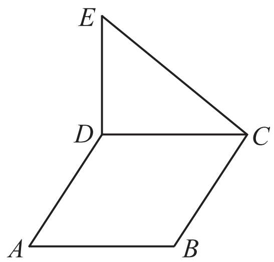
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x-2}{x+3}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

(3p) **b)** Determină numerele întregi n, $n \neq -3$, $n \neq 2$ și $n \neq 3$, pentru care $E(n)$ este număr întreg.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 4$.

(2p) **a)** Calculează $f(0) + f(-1)$.

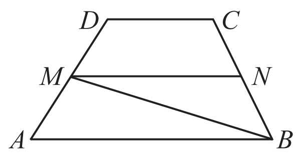
(3p) **b)** Știind că punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele de coordonate Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe de coordonate xOy, calculează distanța de la punctul $C(-4; 0)$ la dreapta AB.



4. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$, cu latura $AB = 8$ cm, măsura unghiului ABC este egală cu 135°, iar punctele B și E sunt situate de o parte și de alta a dreptei CD, astfel încât triunghiul CDE să fie dreptunghic isoscel cu $\sphericalangle CDE = 90°$.

(2p) **a)** Calculează aria triunghiului BCE.

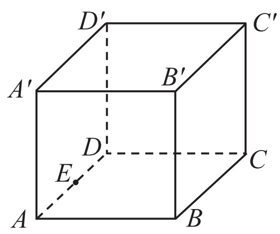
(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul A la dreapta CE.



5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB = 10$ cm și $CD = 6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AD, respectiv BC.

(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului MN.

(3p) **b)** Arată că aria triunghiului ABM este egală cu $\frac{5}{16}$ din aria trapezului $ABCD$.



6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, cu $B'C' = 8$ cm, iar punctul E este mijlocul muchiei AD.

(2p) **a)** Arată că aria triunghiului $C'BD$ este egală cu $32\sqrt{3}$ cm^2.

(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul E la planul $A'BD$.

TESTUL 60

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $4 + 4 : 2 \cdot (1 + 1)$ este egal cu:
a) 2; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 8.

(5p) **2.** Dacă $\frac{2x}{9} = \frac{8}{18}$, atunci valoarea lui x este egală cu:
a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) **3.** Suma numerelor întregi negative din intervalul $(-4; 3]$ este egală cu:
a) -10; **b)** -8; **c)** -6; **d)** -4.

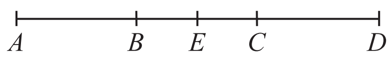
(5p) **4.** Numărul real $-3\sqrt{2}$ aparține intervalului:
a) $(-5; 1)$; **b)** $(-4; 0)$; **c)** $(-4; -2)$; **d)** $(-3; 2)$;

(5p) **5.** Probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element al mulțimii $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, acesta să fie număr par este:
a) $\frac{4}{9}$; **b)** $\frac{5}{9}$; **c)** $\frac{2}{3}$; **d)** $\frac{9}{4}$.

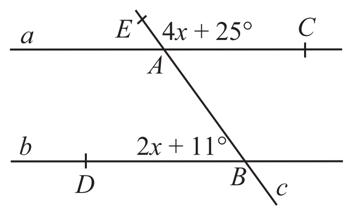
(5p) **6.** Prețul unui pix este egal cu 28 de lei. Sofia afirmă: „Dacă prețul pixului ar fi fost cu 25% mai mic, atunci cu 105 lei aș fi putut cumpăra 5 pixuri de același fel.” Afirmația Sofiei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

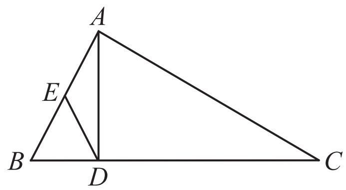
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, E, C și D, în această ordine. Punctul E este mijlocul segmentului BC, iar punctul B este mijlocul segmentului AC. Dacă punctul D este simetricul punctului B față de punctul C și $EC = 3$ cm, atunci lungimea segmentului BD este egală cu:
a) 6 cm; **b)** 8 cm;
c) 9 cm; **d)** 12 cm.



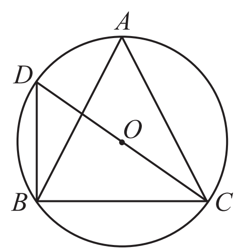
(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele a și b intersectate de dreapta c în punctele A, respectiv B. Dacă $C \in a$ și $D \in b$, astfel încât $\sphericalangle EAC = 4x + 25°$, unde $E \in c$, și $\sphericalangle ABD = 2x + 11°$, atunci valoarea lui x este egală cu:
a) 20°; **b)** 24°;
c) 26°; **d)** 28°.



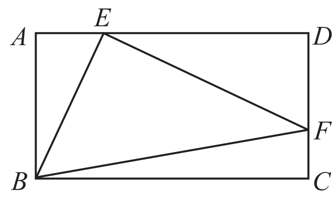
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, $\sphericalangle BAC = 90°$, $AD \perp BC$, $D \in BC$, iar punctul E este mijlocul laturii AB. Dacă $BD = 8$ cm și $DC = 32$ cm, atunci aria triunghiului BDE este egală cu:
a) 30 cm^2; **b)** 32 cm^2;
c) 36 cm^2; **d)** 40 cm^2.



(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O în care este înscris triunghiul echilateral ABC, iar punctele C și D sunt diametral opuse. Măsura unghiului ABD este egală cu:
a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 75°.



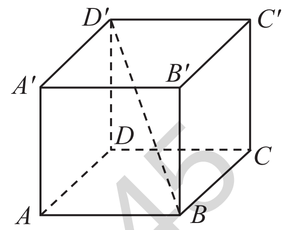
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, iar punctele $E \in AD$ și $F \in CD$, astfel încât $DE = 3AE$ și $DF = 2CF$. Valoarea raportului dintre aria triunghiului BEF și aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu:



a) $\frac{5}{12}$; **b)** $\frac{11}{24}$;

c) $\frac{1}{2}$; **d)** $\frac{3}{4}$.

(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu $BD' = 4\sqrt{3}$ cm. Volumul cubului este egal cu:



a) 36 cm^3; **b)** 54 cm^3;

c) 64 cm^3; **d)** 72 cm^3.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Cineva cheltuie o sumă de bani în trei magazine astfel: în primul magazin cheltuie 60% din întreaga sumă, în al doilea magazin cheltuie $\frac{1}{4}$ din cât i-a mai rămas plus 120 de lei, iar în al treilea magazin cheltuie ultimii 300 de lei.

(2p) **a)** Determină suma cheltuită de persoana respectivă în cele trei magazine.

(3p) **b)** Calculează suma cheltuită în al doilea magazin.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x-3} + \frac{7}{9-x^2}\right) \cdot \frac{x^2 - 8x + 15}{5x - 10}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x-5}{x+3}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

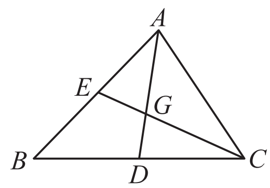
(3p) **b)** Determină numerele naturale n, pentru care $E(n)$ este număr natural și $n \neq 2$, $n \neq 3$.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$.

(2p) **a)** Determină punctul de pe graficul funcției f care are coordonatele egale.

(3p) **b)** Dacă punctele A și B reprezintă intersecțiile reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy în sistemul de axe ortogonale xOy, atunci calculează distanța de la punctul O la dreapta AB.

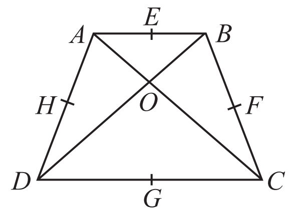
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC în care AD și CE sunt mediane ale triunghiului cu $D \in BC$ și $E \in AB$, iar $AD \cap CE = \{G\}$. Dacă $AD = 9$ cm, $CE = 12$ cm și $AC = 10$ cm, atunci:



(2p) **a)** arată că măsura unghiului AGC este egală cu 90°;

(3p) **b)** calculează aria triunghiului BGD.

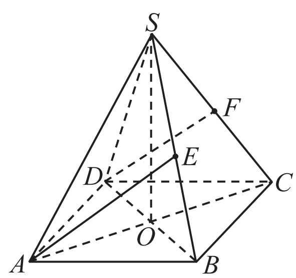
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB < CD$, $AD \equiv BC$, $AC \cap BD = \{O\}$ și $AC \perp BD$. Dacă $AB = 8$ cm și $CD = 24$ cm, atunci:



(2p) **a)** arată că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu $16(\sqrt{5}+2)$ cm;

(3p) **b)** dacă punctele E, F, G și H sunt mijloacele segmentelor AB, BC, CD, respectiv AD, atunci demonstrează că patrulaterul $EFGH$ este pătrat și calculează aria acestuia.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida regulată $SABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AC \cap BD = \{O\}$ și $SO \perp (ABC)$. Muchia laterală SA formează cu planul bazei un unghi cu măsura egală cu 45°, iar latura $AB = 8$ cm. Punctele E și F sunt mijloacele muchiilor laterale SB, respectiv SC.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului BSD este egală cu 90° și calculează lungimea segmentului DE.

(3p) **b)** Demonstrează că, dacă dreptele AE și DF sunt concurente în punctul G, atunci $SG \parallel (ABC)$.

INDICAȚII ȘI SOLUȚII

PRECIZĂRI

Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

TESTUL 1

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** b). **4.** c). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** c). **4.** d). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) Fie n numărul de copii; $n < 215$; $n = 8a + 5$, $n = 9b + 6$ și $n = 12c + 9$. Dacă $n = 141$, atunci $a = 17$, $b = 15$ și $c = 11$. Deci răspunsul este „Da”; b) $n + 3 = 8(a + 1)$, $n + 3 = 9(b + 1)$, $n + 3 = 12(c + 1) \Rightarrow [8; 9; 12] \mid n + 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow n + 3 = 72k$, $k \in \mathbb{N}^*$ $\Rightarrow n = 72k - 3$. Pentru $k = 3 \Rightarrow n = 213$ (A). **2.** a) $A = [-2; 4)$; b) $a < 0 \Leftrightarrow -2a > 0 \Leftrightarrow 3 - 2a > 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow |3 - 2a| = 3 - 2a$; $a < 0 \Leftrightarrow -a > 0 \Leftrightarrow 2 - a > 2 \Rightarrow |2 - a| = 2 - a$; $a < 0 \Leftrightarrow \sqrt{a^2} = |a| = -a$. Deci $x = 3 - 2a - (2 - a) -$ $- (-a) = 1 \in A$. **3.** a) $a = 3$; b) $b = 9$; $m_g = 3\sqrt{3}$. **4.** a) $\mathcal{A}_{BEF} = 60$ cm²; b) $EF = 10$ cm; $\mathcal{A}_{BEF} = \dfrac{EF \cdot d(B, EF)}{2} \Rightarrow d(B, EF) =$ $= 12$ cm. **5.** a) În ΔABC, GF este linie mijlocie $\Rightarrow GF \parallel BC \Rightarrow GF \parallel DE \Rightarrow DEFG$ – trapez (1). În ΔADB, $\sphericalangle ADB = 90°$, DG este mediană $\Rightarrow DG = \dfrac{AB}{2}$. În ΔABC, EF este linie mijlocie $\Rightarrow EF = \dfrac{AB}{2}$. Deci $DG = EF$ (2). Din (1) și (2) rezultă că $DEFG$ este trapez isoscel; b) În ΔABD, $AD = 6\sqrt{3}$ cm. Fie $AD \cap GF = \{H\} \Rightarrow HD = 3\sqrt{3}$ cm; $GF = 8$ cm; $DE = 2$ cm; $\mathcal{A}_{DEFG} = 15\sqrt{3}$ cm². **6.** a) Fie $M \in BD$, astfel încât $BM = DM$. Deci $E \in AM$, astfel încât $EM = \dfrac{1}{3}AM \Rightarrow \dfrac{EM}{AM} = \dfrac{1}{3}$ și $F \in CM$, astfel încât $FM = \dfrac{1}{3}CM \Rightarrow \dfrac{FM}{CM} = \dfrac{1}{3}$. Deci $\dfrac{EM}{AM} = \dfrac{FM}{CM} \overset{\text{R.T.Th.}}{\Rightarrow} EF \parallel AC \Rightarrow EF \parallel (ACD)$; b) $\Delta MEF \sim \Delta MAC$ $(EF \parallel AC) \overset{\text{T.F.A.}}{\Rightarrow} \dfrac{ME}{AM} = \dfrac{MF}{CM} = \dfrac{EF}{AC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow EF = 8$ cm.

TESTUL 2

Subiectul I. 1. c). **2.** c). **3.** c). **4.** a). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** d). **4.** c). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) $n = 9a + 4$, $n = 12b + 7$ și $n = 16c + 11 \Rightarrow n + 5 = 9(a + 1)$, $n + 5 = 12(b + 1)$ și $n + 5 = 16(c + 1) \Rightarrow$ $\Rightarrow 9 \mid n + 5$, $12 \mid n + 5$ și $16 \mid n + 5$, deci $[9; 12; 16] \mid n + 5 \Rightarrow n + 5 = 144k$, $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 144k - 5$. Pentru $k = 1 \Rightarrow n =$ $= 139$, deci $\overline{abc}_{\text{minim}} = 139$; b) Pentru $k = 6 \Rightarrow \overline{abc}_{\text{maxim}} = 859$. **2.** a) $A = (-3; 5]$; $B = [-2; 6)$; $A \cup B = (-3; 6)$; $(A \cup B) \cap$ $\cap \mathbb{Z}^* = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $A \cap B = [-2; 5]$, iar $x = 3\sqrt{2}$; dar $-2 < 3\sqrt{2} < 5$ (A) $\Rightarrow x \in A \cap B$. **3.** a) $a = \left(\dfrac{5}{3\sqrt{2}} + \right.$ $\left. + \dfrac{3}{4\sqrt{2}} - \dfrac{7}{6\sqrt{2}}\right) \cdot \dfrac{8\sqrt{6}}{15} = \dfrac{20 + 9 - 14}{12\sqrt{2}} \cdot \dfrac{8\sqrt{6}}{15} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$; b) $b = 2\sqrt{3}$; $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{4} = 2$. **4.** a) $\sphericalangle ADM = 45°$ și $\sphericalangle CDN =$

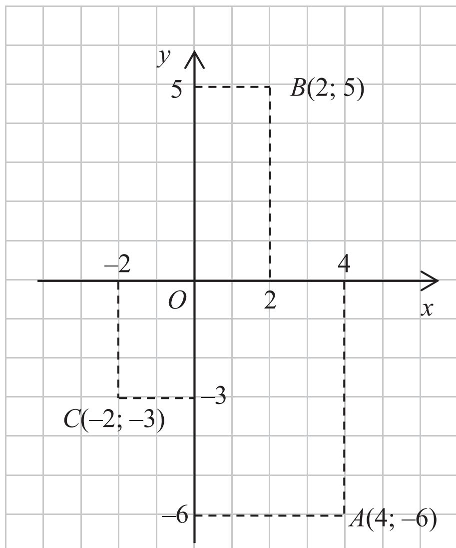
și $CD' \parallel OO' \Rightarrow CD' \parallel (BDO')$; b) $CD \perp DD'$ (ip.) și $CD \perp AD$ (ip.) $\Rightarrow CD \perp (ADD') \Rightarrow CD \perp AD'$. Deci $AD' \perp CD$ și $AD' \perp A'D$ (ip.) $\Rightarrow AD' \perp (A'DC)$ și cum $A'C \subset (A'DC) \Rightarrow AD' \perp A'C \Rightarrow \sphericalangle(AD', A'C) = 90°$.

TESTUL 10

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** b). **4.** c). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** a). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) $f + b = 30$; $b = 40\%(f + b) \Rightarrow b = 12 \Rightarrow$ fete $= 18$; b) $12 - b = 25\%(30 - b) \Rightarrow 12 - b = \frac{25}{100}(30 - b) \Leftrightarrow 30 - b = 4(12 - b) \Leftrightarrow b = 6$. **2.** a) $E(x) = 9x^2 + 24x + 16 + 3x + 7 - 3x^2 - 7x - 4x^2 + 12x - 9 - 32x - 20$; $E(x) = 2x^2 - 6$, pentru orice număr real x; b) $E(n) = 2n^2 - 6 \Leftrightarrow E(n) = 2(n^2 - 3)$ – număr par și prim $\Rightarrow E(n) = 2 \Leftrightarrow 2(n^2 - 3) = 2 \Leftrightarrow n^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow n^2 = 4 \Leftrightarrow |n| = 2 \Rightarrow n \in \{-2, 2\}$. **3.** a) $a = \left(\frac{2}{3\sqrt{2}} - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{4}{11} - \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{4-15}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{11} - \frac{2-18}{6\sqrt{2}} = \frac{16}{6\sqrt{2}} - \frac{4}{6\sqrt{2}} = \frac{12}{6\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{12} = \sqrt{2}$; b) $b = 4\left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{2\sqrt{2}}\right) - \left(3\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = \frac{44}{2\sqrt{2}} - \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{24}{2\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$; $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. **4.** a) $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle ABC \Rightarrow \sphericalangle ABC = 60°$; $\sphericalangle ACB = 90° \Rightarrow \sphericalangle BAC = 30° \Rightarrow AB = 2BC \Rightarrow AB = 16$ cm $\Rightarrow AC = 8\sqrt{3}$ cm; b) $\mathcal{P}_{ABCD} = 2AD + CD + AB$. Fie $CE \perp AB$, $E \in AB$. Conform teoremei catetei în ΔBCA se obține: $BC^2 = BE \cdot AB \Rightarrow BE = 4$ cm $\Rightarrow CD = AB - 2BE = 8$ cm; $\mathcal{P}_{ABCD} = 40$ cm. **5.** a) BD – bisectoarea $\sphericalangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{BC}{5} = k$; $AB = 3k$; $BC = 5k$; $\mathcal{P}_{ABC} = 72$ cm $\Rightarrow AB + BC + AC = 72 \Rightarrow k = 6 \Rightarrow AB = 18$ cm și $BC = 30$ cm; b) Conform reciprocei teoremei lui Pitagora, ΔABC este dreptunghic, $\sphericalangle ABC = 90°$. Fie $DM \perp BC$, $M \in BC$; $\Delta DMC \sim \Delta BAC$ (UU) $\Rightarrow \frac{DM}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow \frac{DM}{18} = \frac{15}{30} \Rightarrow DM = 9$ cm $\Rightarrow \mathrm{d}(D, BC) = 9$ cm.
6. a) $OC = 6$ cm $\Rightarrow AC = 12$ cm; $VA = VC = 6\sqrt{2}$ cm și $AC = 12$ cm $\Rightarrow \Delta AVC$ – dreptunghic, $\sphericalangle AVC = 90° \overset{\text{R.T.P.}}{\Rightarrow} AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow VA = VC = AB = 6\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow \Delta VBC$ și ΔVDC – echilaterale $\Rightarrow BP \perp VC$ și $DP \perp VC \Rightarrow VC \perp (PBD)$; b) $\sphericalangle(OP, (ABC)) = \sphericalangle(OP, \mathrm{pr}_{(ABC)}\, OP) = \sphericalangle(OP, OC) = \sphericalangle COP$. În ΔVAC, OP este linie mijlocie $\Rightarrow OP \parallel VA \Rightarrow \sphericalangle COP = \sphericalangle VAC = 45°$.

TESTUL 11

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** a). **4.** d). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** b). **3.** b). **4.** c). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) min $n = 18$; b) max $n = 72$. **2.** a) $E(3^{2n} - 4) = 9^{n+1}(9^{n-1} - 2)$; $n \in \mathbb{N}$; $n > 1 \Rightarrow n - 1 > 0 \Rightarrow n - 1 \in \mathbb{N} \Rightarrow 9^{n+1} \mid E(3^{2n} - 4)$.
3. a) Vezi reprezentarea grafică alăturată; b) Se observă că $AB = 5\sqrt{5}$, $AC = 3\sqrt{5}$ și $BC = 4\sqrt{5}$. Conform reciprocei teoremei lui Pitagora, ΔACB este dreptunghic, cu $\sphericalangle ACB = 90°$. Deci, $\mathrm{d}(C, AB) = \frac{AC \cdot BC}{AB} \Rightarrow \mathrm{d}(C, AB) = \frac{12\sqrt{5}}{5}$. **4.** a) $\Delta MDC \sim \Delta MAB$ ($CD \parallel BA$) $\Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{MC}{MB} = \frac{CD}{AB} = \frac{3}{8} \Rightarrow MD = 9$ cm; $MC = 12$ cm; $\mathcal{P}_{MDC} = 36$ cm; b) Conform reciprocei teoremei lui Pitagora, $\sphericalangle DMC = 90° \Rightarrow \sphericalangle AMB = 90°$. Presupunem că $MP \cap DC = \{T\} \Rightarrow \Delta MDT \sim \Delta MAP \Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{DT}{AP} = \frac{3}{8} \Rightarrow$



TESTUL 21

Subiectul I. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** c). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** b). **3.** b). **4.** c). **5.** b). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) $5b + 8r = 34$ și $3b + 5r = 21$. Dacă $r = 5$, atunci $3b + 25 = 21$ (Fals), deci $r \neq 5$. Răspunsul este „nu"; b) $6 + 5r = 21 \Rightarrow 5r = 15 \Rightarrow r = 3$ m. **2.** a) $(2x + 3)(x - 1) = 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 2x^2 + x - 3$, pentru orice număr real x; b) $E(x) = 2(4x^2 - 4x + 1) - 3(2x^2 + x - 3) - (x^2 - 2x + 1) + 11x - 9 \Rightarrow E(x) = 8x^2 - 8x + 2 - 6x^2 - 3x + 6 - x^2 + 2x - 1 + 11x - 9 \Rightarrow E(x) = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow E(x) = (x + 1)^2$, pentru orice x real. **3.** a) $\frac{18\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(18\sqrt{2}-5\sqrt{3})}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{6}-5\cdot 3}{3} = \frac{3(6\sqrt{6}-5)}{3} = 6\sqrt{6}-5$; b) $n = \frac{3\sqrt{6}(3-\sqrt{6})}{9-6} + \frac{6\sqrt{6}(\sqrt{6}+3)}{6} - (6\sqrt{6}-5) \Rightarrow n = 3\sqrt{6}-6+6+3\sqrt{6}-6\sqrt{6}+5 \Rightarrow n = 5$.
4. a) $AM \parallel BD \Rightarrow \sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle ABD$; $\Delta ADB \equiv \Delta BMA$ (ULU) $\Rightarrow AM \equiv BD$; $ABCD$ – trapez isoscel $\Rightarrow AC \equiv BD$, deci $AM \equiv AC$ (sau se arată că $AMBD$ este paralelogram, deoarece $AM \parallel BD$ și $AD \parallel BM$); b) $BC = AD = BM = 12$ cm; $\sphericalangle BCD = 150° \Rightarrow \sphericalangle ABC = 30° \Rightarrow \sphericalangle ABM = 30° \Rightarrow \sphericalangle MBC = 60°$, deci ΔMBC este echilateral $\Rightarrow MC = 12$ cm. **5.** a) $\sphericalangle DBC = \sphericalangle DCB = 30° \Rightarrow \Delta DBC$ – isoscel $\Rightarrow BD = DC$; $AB = \frac{BC}{2} = 12\sqrt{3}$ cm. În ΔABD: $\sphericalangle BAD = 90°$ și $\sphericalangle ABD = 30°$; $\cos 30° = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{BD} \Rightarrow BD = 24$ cm $\Rightarrow CD = 24$ cm; $\mathscr{P}_{BCD} = 48+24\sqrt{3} = 24(2+\sqrt{3})$ cm; b) Fie $DE \perp BC$, $E \in BC$; în ΔBDE: $DE = d(D, BC)$; $\sphericalangle DEB = 90°$; $\sphericalangle DBE = 30° \Rightarrow DE = \frac{BD}{2} = 12$ cm. **6.** a) Fie $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$. Deoarece $O'D' \parallel OB$ și $O'D' = OB$ rezultă că $BOD'O'$ este paralelogram $\Rightarrow D'O \parallel BO'$. Cum $BO' \subset (A'BC') \Rightarrow D'O \parallel (A'BC')$; b) În $\Delta ACD'$ echilateral, OM este linie mijlocie $\Rightarrow OM = \frac{CD'}{2} = 6$ cm, iar $MD = OD = 6$ cm, deci ΔODM este echilateral. Cum $A'B' = CD$ și $A'B' \parallel CD$, atunci $A'B'CD$ este paralelogram $\Rightarrow A'D \parallel B'C$. Deci $\sphericalangle(OM, B'C) = \sphericalangle(OM, A'D) = \sphericalangle OMD = 60°$.

TESTUL 22

Subiectul I. 1. d). **2.** d). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** c). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) $n = 18a + 11$ și $n = 24b + 17$, unde $a, b \in \mathbb{N}^*$. Dacă $n = 209$, atunci $a = 11 \in \mathbb{N}$ și $b = 8 \in \mathbb{N}$. Răspunsul este „da"; b) $n + 7 = 18(a + 1) \Rightarrow 18 \mid (n + 7)$ și $n + 7 = 24(b + 1) \Rightarrow 24 \mid (n + 7)$. Rezultă că $[18; 24] \mid (n + 7) \Rightarrow 72 \mid (n + 7) \Rightarrow n = 72k - 7$, $k \in \mathbb{N}^*$; n – minim $\Rightarrow k$ – minim $\Rightarrow k = 1 \Rightarrow n = 65$. **2.** a) $(2x - 3)(x + 3) = 2x^2 + 6x - 3x - 9 = 2x^2 + 3x - 9$, pentru orice număr real x; b) $E(x) = 8x^2 - 8x + 2 - 6x^2 - 9x + 27 - x^2 + 6x - 9 + 19x - 4 \Rightarrow E(x) = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow E(x) = (x + 4)^2$, pentru orice număr real x. $E(n) = (n + 4)^2 \Rightarrow E(n) = 8n + 25 \Rightarrow n^2 + 8n + 16 = 8n + 25$; cum $n^2 = 9$ și $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow |n| = 3 \Rightarrow n \in \{-3, 3\}$. **3.** a) $a = 16$ și $b = 9$; b) $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{16\cdot 9} = 12$. **4.** a) În ΔDCE: $DE^2 = DC^2 + CE^2 = 30^2 + 6^2 \cdot 3 = 6^2 \cdot 28 \Rightarrow DE = 12\sqrt{7}$ cm; b) $FB = 18$ cm. În ΔFBE: $FE^2 = FB^2 + BE^2 = 6^2 \cdot 12 \Rightarrow FE = 12\sqrt{3}$ cm. În ΔDAF: $DF^2 = AD^2 + AF^2 = 12^2 \cdot 4 \Rightarrow DF = 24$ cm. În ΔDFE, conform reciprocei teoremei lui Pitagora, avem: $DF^2 + FE^2 = 12^2 \cdot 7 = DE^2 \Rightarrow \Delta DFE$ – dreptunghic $\Rightarrow \sphericalangle DFE = 90°$. **5.** a) În ΔABD ($AB = BD$): $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BDA = 75° \Rightarrow \sphericalangle BDC = 105°$; b) Fie $DE \perp BC$, $E \in BC$; $DE = \frac{BD}{2} = 3$ cm și $BE = 3\sqrt{3}$ cm; $\sphericalangle ACB = 45° \Rightarrow \Delta DEC$ – dreptunghic isoscel $\Rightarrow DE = CE = 3$ cm $\Rightarrow BC = 3(\sqrt{3}+1)$ cm; $\mathscr{A}_{BCD} = \frac{BC\cdot DE}{2} = \frac{9(\sqrt{3}+1)}{2}$ cm^2. **6.** a) $BC' \parallel AD' \Rightarrow \sphericalangle(D'P, BC') = \sphericalangle(D'P, AD') = \sphericalangle AD'P$; $AD' = 12$ cm; în $\Delta A'AB$: $AP = \frac{A'B}{2} = 6$ cm; în $\Delta D'A'P$: $D'P = 6\sqrt{3}$ cm, deci $\Delta APD'$ este dreptunghic, $\sphericalangle APD' = 90°$ (conform reciprocei teoremei lui Pitagora, $AP^2 + PD'^2 = AD'^2$); $\sphericalangle AD'P = 30°$; b) În $\Delta AA'D'$: MN – linie mijlocie $\Rightarrow MN \parallel A'D'$, dar $A'D' \parallel BC$, deci $MN \parallel BC \Rightarrow$ punctele B, M, N, C sunt coplanare $\Rightarrow BM$ și CN sunt coplanare.

TESTUL 30

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** d). **5.** a). **6.** c).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** c). **3.** c). **4.** c). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu x numărul apartamentelor cu 2 camere și cu y numărul apartamentelor cu 3 camere. Deci, $2x + 3y = 108$; $x = y + 24$; $y = 12$; b) $x = 36$. **2.** a) $E(x) = 9x^2 - 12x + 4 + 2x^2 + 11x + 12 + x^2 - 4x + 4 + 5x - 20 \Rightarrow$ $\Rightarrow E(x) = 12x^2$, pentru orice număr real x; b) $E(n) = 12n^2$; $E(n) \leq 12n + 24 \Leftrightarrow 4n^2 - 4n + 1 \leq 9 \Leftrightarrow (2n - 1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow |2n-1| \leq 3 \Rightarrow n \in \{-1, 1, 2\}$. **3.** a) $a = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \frac{12}{3\sqrt{2}} - \frac{45}{5\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{2}$; $b = 4\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; b) $m_g = \sqrt{a \cdot b} = 4$. **4.** a) În ΔABM: $\sphericalangle AMB = 90°$, $AN = BN \Rightarrow MN = \frac{AB}{2} = 25$ cm; b) Patrulaterul $BMPN$ este trapez dreptunghic; $\mathcal{A}_{BMPN} = \frac{(BM + PN) \cdot PM}{2}$. În ΔABM, NP – linie mijlocie $\Rightarrow PN = \frac{BM}{2}$ și $AP = PM$; $BM = 48$ cm; $NP = 24$ cm; $PM = 7$ cm; $\mathcal{A}_{BMPN} = 252$ cm^2. **5.** a) $CE = 2BE \Rightarrow 3BE = BC \Rightarrow BE = 4$ cm; $DF = 4$ cm; $\Delta ABE \equiv \Delta ADF$ (CC) $\Rightarrow \sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle DAF$; deci, $\sphericalangle EAF = \sphericalangle EAD + \sphericalangle DAF = 90° - \sphericalangle BAE + \sphericalangle BAE = 90°$; b) $CEGD$ – trapez dreptunghic ($DG \parallel CE$); $CE = 8$ cm; $\Delta FDG \sim \Delta FCE$ ($DG \parallel CE$) $\Rightarrow \frac{DG}{CE} = \frac{FD}{FC} = \frac{FG}{FE} \Rightarrow \frac{DG}{8} = \frac{4}{16} \Rightarrow$ $\Rightarrow DG = 2$ cm; $\mathcal{A}_{CEGD} = 60$ cm^2. **6.** a) În ΔSAC: OG este linie mijlocie $\Rightarrow OG \parallel SA \Rightarrow OG \parallel (SAD)$; b) În ΔSCD: HG este linie mijlocie $\Rightarrow HG \parallel CD$ și $HG = \frac{CD}{2}$ (1). În ΔACD: OE este linie mijlocie $\Rightarrow OE \parallel CD$ și $OE = \frac{CD}{2}$ (2). Din (1) și (2) rezultă că $HG \parallel OE$ și $HG \equiv OE$, adică $OEHG$ este paralelogram $\Rightarrow EH \parallel OG$. Deci $\sphericalangle(EH, FG) = \sphericalangle(OG, FG) = \sphericalangle OGF$. Obținem $OG = FG = 10$ cm și $OF = \frac{AB}{2} = 12$ cm; $\mathcal{A}_{OGF} = 48$ cm^2. Dar $\mathcal{A}_{OGF} = \frac{OG \cdot FG \cdot \sin(\sphericalangle OGF)}{2} \Rightarrow \sin(\sphericalangle OGF) =$ $= \frac{24}{25}$.

TESTUL 31

Subiectul I. 1. a). **2.** c). **3.** b). **4.** d). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** b). **4.** b). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu x prețul ghiozdanului și cu y prețul stiloului. Deci, $x - y = 20$ și $75\%x = 90\%y \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{75}{100}x = \frac{90}{100}y \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{9y}{10} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{5}$; $y = 100$ lei; b) Prețul ghiozdanului după ieftinire: $x = 90$ lei. **2.** a) $E(x) =$ $= (x^2 - 3x + 1 - x^2 + 3x) \cdot (x^2 - 3x + 1 + x^2 - 3x) - x^2 + 8 \Rightarrow E(x) = 2x^2 - 6x + 9 - x^2 = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, pentru orice număr real x; b) $E(n) = (n - 3)^2$; $E(n) = 16 \Rightarrow (n - 3)^2 = 16 \Rightarrow |n-3| = 4 \Rightarrow n - 3 \in \{-4, 4\} \Rightarrow n \in \{-1, 7\}$. **3.** a) $a =$ $= 6\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + \frac{18(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{6} = 6\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 6\sqrt{3} \Rightarrow a = -\sqrt{2}$; $b = \frac{10(4\sqrt{2} - 3\sqrt{3})}{5} - 3(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) + 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow b = 8\sqrt{2} - 6\sqrt{3} - 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 1 = -\sqrt{2} + 1$; b) $(a - b)^{2021} = (-\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1)^{2021} = (-1)^{2021} = -1$. **4.** a) $\Delta CBM \equiv \Delta BAN$ (CC) $\Rightarrow CM \equiv BN$; b) În ΔBCT: $ND = \frac{BC}{2}$, $ND \parallel BC \Rightarrow ND$ – linie mijlocie $\Rightarrow DT \equiv DC$ (1). Deoarece $\sphericalangle ABN \equiv$ $\equiv \sphericalangle BCM$ și $\sphericalangle BMC \equiv \sphericalangle ANB \Rightarrow \sphericalangle MPB = 90° = \sphericalangle TPC$ (op. la vârf) (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow PD = \frac{TC}{2} = TD \Rightarrow \Delta PDT$ este isoscel. **5.** a) $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle AOD$ (op. la vârf) $\Rightarrow \overset{\frown}{BC} \equiv \overset{\frown}{AD} \Rightarrow \sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle ABD$ (subîntind arce congruente) $\Rightarrow AC \parallel BD$; b) $OA = OB = OC = OD$ și $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ADB = 90° \Rightarrow ACBD$ este dreptunghi, având aria egală cu $36\sqrt{3}$ cm^2.

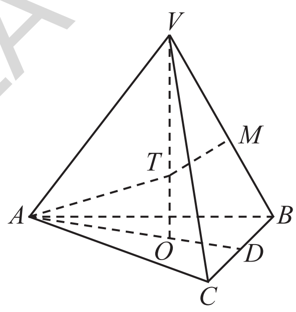
TESTUL 40

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** a). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** b). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) I zi: $40\%x$; a II-a zi: 40% din $60\%x = \frac{24}{100}x = 24\%x$; a III-a zi: $x - (40\%x + 24\%x) = 100\%x - 64\%x = 36\%x$; b) $36\%x = 450 \Rightarrow \frac{36}{100}x = 450 \Rightarrow \frac{9x}{25} = 450 \Rightarrow \frac{x}{25} = 50 \Rightarrow x = 1250$ km. **2.** a) $E(x) = 9x^2 - 12x + 4 + 6 - 4x + 3x - 2x^2 - 4x^2 + 12x - 9 + x - 10 = 3x^2 - 12x - 4x + 3x + 12x + x + 4 + 6 - 9 - 10 = 3x^2 - 9$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$; b) $E(n) = 3n^2 - 9 = 3(n^2 - 3)$. $E(n)$ – nr. prim $\Leftrightarrow n^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow n^2 = 4 \Leftrightarrow |n| = 2 \Leftrightarrow n \in \{-2, 2\}$. **3.** a) $a = \left|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right| + \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$; $b = 2\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) + \left|\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right| - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$. Deci $ab = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) = 1$; b) $x = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{3}$; $x \in \left(-\sqrt{5}, -\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow -\sqrt{5} < -\sqrt{3} < -\sqrt{2} \mid (-1) \Leftrightarrow \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5}$ (A). 4. a) În ΔABC: $\sphericalangle BAC = 90°$, AE – mediană $\Rightarrow AE = \frac{BC}{2} \Rightarrow AE = BE$ (1). În ΔABE: BF – bisectoarea unghiului ABC și $BF \perp AE$, atunci triunghiul ABE este isoscel cu $AB = BE$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow \Delta ABE$ – echilateral $\Rightarrow \sphericalangle ABE = 60° \Rightarrow \sphericalangle ACB = 30°$. Deci $AD \perp BC \Rightarrow AD \perp BE$ și $BG \perp AE$ (ip), iar $AD \cap BG = \{H\} \Rightarrow H$ – ortocentru $\Rightarrow EH \perp AB$; b) $\sphericalangle ACB = 30° \Rightarrow \Delta BCF$ – isoscel ($\sphericalangle FBC = \sphericalangle FCB = 30°$) $\Rightarrow FB = FC$. În ΔABF: $\sphericalangle BAF = 90°$; $\cos(\sphericalangle ABF) = \frac{AB}{AF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{BF} \Rightarrow BF = 12$ cm $\Rightarrow CF = 12$ cm. **5.** a) În ΔAOD: $\sphericalangle AOD = 90°$, $\text{tg}(\sphericalangle ADO) = \frac{AO}{DO}$, dar $\frac{AO}{DO} = \sqrt{3}$ (ip) $\Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle ADO) = \sqrt{3} \Rightarrow \sphericalangle ADO = 60° \Rightarrow \Delta ABD$ – echilateral $\Rightarrow BD = AB = 12$ cm; b) Fie $BE \perp CD$, $E \in CD \Rightarrow$ d$(B, CD) = BE = 6\sqrt{3}$ cm. **6.** a) În $\Delta BCC'$: $\sphericalangle BCC' = 90°$, $BC' = 8\sqrt{5}$ cm; în ΔEAB: $\sphericalangle EAB = 90°$, $BE = 8\sqrt{2}$ cm; în $EA'D'$: $\sphericalangle EA'D' = 90°$, $ED' = 8\sqrt{2}$ cm; în $\Delta ED'C'$: $\sphericalangle ED'C' = 90°$, $EC' = 8\sqrt{3}$ cm. Se observă că $BE^2 + EC'^2 = 8^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 3 = 8^2 \cdot 5 = BC'^2 \Rightarrow \Delta BEC'$ – dreptunghic, $\sphericalangle BEC' = 90°$. Deci $\mathcal{A}_{BEC'} = \frac{BE \cdot EC'}{2} = 32\sqrt{6}$ cm^2; b) $A'B'FE$ – dreptunghi $\Rightarrow EF \parallel A'B' \parallel C'D'$ și $EF = A'B' = C'D' \Rightarrow EF \parallel C'D'$ și $EF = C'D' \Rightarrow EFC'D'$ – dreptunghi, deoarece $\sphericalangle ED'C' = 90° \Rightarrow C'F \parallel ED'$. Deci $\sphericalangle(C'F, BD') = \sphericalangle(ED', BD') = \sphericalangle ED'B$. În $\Delta BDD'$: $\sphericalangle BDD' = 90°$, $BD' = 8\sqrt{6}$ cm și $BE = ED'$, deci $\Delta BED'$ este isoscel. Fie $ER \perp BD'$, $R \in BD' \Rightarrow RB = RD' = \frac{BD'}{2} = 4\sqrt{6}$ cm. În $\Delta ERD'$: $\cos(\sphericalangle ED'B) = \frac{RD'}{ED'} = \frac{4\sqrt{6}}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sphericalangle ED'B = 30°$.

TESTUL 41

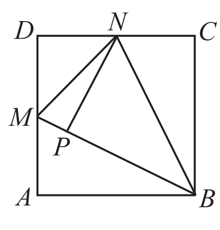
Subiectul I. 1. c). **2.** b). **3.** a). **4.** d). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** c). **3.** d). **4.** d). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) $a + b = 560$; $25\%a + 20\%b = 128 \Rightarrow 5a + 4b = 2560$ și $-5a - 5b = -2800 \Rightarrow b = 240$ lei și $a = 320$ lei; b) $p\%a = b \Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{240}{320} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow p = 75$. **2.** a) $E(x) = 4x^2 - 4x + 1 + x^2 - 1 - 4(x^2 - 4x + 4) - 6x + 18 + 7 = 5x^2 - 10x + 25 - 4x^2 + 16x - 16 = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$; b) $E\left(2\sqrt{2} - 1\right) = \left(2\sqrt{2} + 2\right)^2 = 12 + 8\sqrt{2}$. Deci $n = 12 + 8\sqrt{2} + 2a\sqrt{2} - 9 \Leftrightarrow n = 3 + 2\sqrt{2}\left(a + 4\right) \in \mathbb{Z}$, cum $3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2\sqrt{2}\left(a + 4\right) \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -4 \in \mathbb{Z}$.

3. a) $a = \left(\frac{5}{3\sqrt{2}}+\frac{3}{4\sqrt{2}}-\frac{7}{6\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{8\sqrt{6}}{15} = \frac{20+9-14}{12\sqrt{2}}\cdot\frac{8\sqrt{6}}{15} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $b = \left(\frac{4}{3\sqrt{3}}-\frac{3}{4\sqrt{3}}-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{8}{1} = \frac{16-9-6}{12\sqrt{3}}\cdot\frac{8}{1} =$ $= \frac{8}{12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$. Deci $3b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $m_g = \sqrt{a\cdot 3b} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = a$. **4.** a) În ΔABC: EF este linie mijlocie $\Rightarrow EF \parallel AC$; $EF = \frac{AC}{2}$. În ΔACD: HG este linie mijlocie $\Rightarrow HG \parallel AC$, $HG = \frac{AC}{2} \Rightarrow EF \parallel HG$ și $EF = HG$ (1). În ΔBCD: FG este linie mijlocie $\Rightarrow FG \parallel BD$, $FG = \frac{BD}{2}$. Deci $EF \parallel AC$, $FG \parallel BD$ și $AC \perp BD \Rightarrow EF \perp FG$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow EFGH$ – dreptunghi și cum $FG = EF \Rightarrow EFGH$ – pătrat; b) $AC = 18\sqrt{2}$ cm; $EF = \frac{AC}{2} = 9\sqrt{2}$ cm; $\mathcal{A}_{EFGH} = EF^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \mathcal{A}_{EFGH} = 162$ cm^2. **5.** a) $\sphericalangle ABD = 45°$; $\sphericalangle ADB = 90° \Rightarrow \Delta ADB$ – dreptunghic isoscel $\Rightarrow AD = BD = 18$ cm; b) $BC = 18\sqrt{2}\ \cdot$ $\cdot\ \sqrt{2}$ cm $\Rightarrow BC = 36$ cm; $CD = 54$ cm; în ΔADC: $\sphericalangle ADC = 90°$, $AC^2 = AD^2 + CD^2 = 18^2 + 54^2 = 18^2 \cdot 10 \Rightarrow AC = 18\sqrt{10}$ cm. $\mathcal{P}_{ABC} = 18\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}+2\right)$ cm. **6.** a) $\text{tg}(\sphericalangle VAO) = \frac{VO}{AO} = \sqrt{2}$; $AO = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$ cm; $VO = AO\sqrt{2} \Rightarrow VO = 8\sqrt{6}$ cm. ΔVTA – isoscel ($VT = AT$); $AT = TV = x$. În ΔAOT: $\sphericalangle AOT =$ $= 90°$, $AT^2 = AO^2 + OT^2 \Rightarrow x^2 = \left(8\sqrt{2}\right)^2 + \left(8\sqrt{6}-x\right)^2 \Rightarrow x = 6\sqrt{6} \Rightarrow VT = 6\sqrt{6}$ cm; b) Fie $TM \perp VB$, $M \in VB$; în ΔVAO: $VA^2 = VO^2 + OA^2 = 8^2 \cdot 9 \Rightarrow VA = 24$ cm. $\Delta VTM \sim \Delta VBO \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{VM}{VO} = \frac{TM}{OB} = \frac{VT}{VB} \Rightarrow \frac{TM}{OB} = \frac{VT}{VB} \Rightarrow \frac{6\sqrt{6}}{24} = \frac{TM}{8\sqrt{3}} \Rightarrow TM = 6\sqrt{2}$ cm.



TESTUL 42

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** c). **4.** a). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** d). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) $\frac{a+b}{2} = 138 \Rightarrow a + b = 276 \mid \cdot 8 \Rightarrow 8a + 8b = 2208$; $\frac{2}{5}a = 23 + \frac{3}{4}b \Rightarrow 8a = 460 + 15b \Rightarrow 460 +$ $+ 15b + 8b = 2208$; $23b + 460 = 2208 \Rightarrow b = 76$. Răspunsul corect este „da"; b) $a + 76 = 276 \Rightarrow a = 200$. **2.** a) $E(x) = 4x^2 + 4x +$ $+ 1 - 2(x^2 + x - 2) - x^2 + 4x - 4 - 2x + 3 \Leftrightarrow E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 - 2x + 4 - x^2 + 2x - 1 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow E(x) = (x+2)^2$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$; b) $E(n+1) = (n+3)^2$; $E(n-1) = (n+1)^2$; $p = (n+3)^2 - (n+1)^2 = n^2 + 6n + 9 - n^2 - 2n - 1 = 4n + 8 \Leftrightarrow p = 4(n+2)$, dar n este număr par, atunci $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$. Deci $p = 4(2k+2) \Rightarrow p = 8(k+1)$. Deci $p = \mathcal{M}_8$. **3.** a) $a = 2\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right| -$ $- \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$; b) $b =$ $= \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{2}$; $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{4\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{2}} = \sqrt{64} = 8$. **4.** a) $\Delta MAB \equiv$ $\equiv \Delta NCB$ (CC) $\Rightarrow MB = NC = 4\sqrt{5}$ cm; $MN = 4\sqrt{2}$ cm; $\mathcal{A}_{BMN} = \frac{MB \cdot NP}{2}$, unde $NP \perp MB$, $P \in$ $\in MB$. $\mathcal{A}_{BMN} = \mathcal{A}_{ABCD} - (\mathcal{A}_{MAB} + \mathcal{A}_{NCB} + \mathcal{A}_{MDN}) = 24$ cm^2; $NP = \frac{12}{\sqrt{5}}$; $\sin(\sphericalangle BMN) = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$. **5.** a) În ΔACD: $\sphericalangle ADC =$ $= 90°$, $AD = \frac{AC}{2} \Rightarrow \sphericalangle ACD = 30°$. În ΔADE – dreptunghic isoscel ($AD \equiv AE$) $\Rightarrow \sphericalangle EDC = 45°$. Deci $\sphericalangle CFE = \sphericalangle FDC + \sphericalangle FCD =$



$\Rightarrow \Delta BPC$ – isoscel $\Rightarrow \Delta BCP \sim \Delta SCB \Rightarrow \frac{BC}{SC} = \frac{BP}{SB} = \frac{PC}{BC} \Rightarrow \frac{18}{27} = \frac{PC}{18} \Rightarrow PC = 12$ cm; ΔBPD – dreptunghic isoscel (reciproca teoremei lui Pitagora), $\sphericalangle BPD = 90°$; b) Fie $PT \parallel SO$, $T \in OC \Rightarrow PT \perp (ABC) \Rightarrow \sphericalangle(OP, (ABC)) = \sphericalangle(OP, \text{pr}_{(ABC)}\, OP) = \sphericalangle(OP, OC) = \sphericalangle POC$; $\text{pr}_{(ABC)}\, OP = OT$, $T \in OC$. $\Delta CPT \sim \Delta CSO$ ($PT \parallel SO$) $\Rightarrow \frac{CP}{CS} = \frac{PT}{SO} = \frac{CT}{CO} \Rightarrow \frac{12}{27} = \frac{PT}{SO} \Rightarrow SO = 9\sqrt{7}$ cm, $PT = 4\sqrt{7}$ cm și $PO = \frac{BD}{2} \Rightarrow PO = 9\sqrt{2}$ cm; $\sin(\sphericalangle POC) = \frac{PT}{OP} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$.

TESTUL 51

Subiectul I. 1. d). **2.** d). **3.** b). **4.** c). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** d). **3.** c). **4.** b). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) 25%x; b) 160 km. **2.** a) $E(x) = \frac{3(x+3)+x(x-3)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{x^2+9}$; $E(x) = \frac{x^2-3x+3x+9}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{x^2+9} = \frac{x-2}{x+3}$; b) $n \in \{-8, -4, -2\}$. **3.** a) $f(0) + f(-1) = 4 + 6 = 10$; b) $d(C, AB) = \frac{12\sqrt{5}}{5}$. **4.** a) $\mathcal{A}_{BCE} = \frac{BC \cdot CE}{2} = 32\sqrt{2}$ cm^2; b) $\Delta ADE \equiv \Delta ADC$ (LUL) $\Rightarrow AC \equiv AE$. Fie punctul F mijlocul laturii CE. Deci $AF \perp CE$ ($DF \perp CE$); $DF = \frac{CE}{2} = 4\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow AF = 8 + 4\sqrt{2} = 4(2+\sqrt{2})$ cm. **5.** a) $MN = \frac{AB+CD}{2} \Rightarrow MN = 8$ cm; b) Fie $DE \perp AB$, $E \in AB$; $DE \cap MN = \{F\} \Rightarrow DF = FE = \frac{DE}{2}$; $DE = 2h \Rightarrow DF = FE = h$; $\mathcal{A}_{ABM} = \frac{AB \cdot FE}{2} = 5h$; $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD)\cdot DE}{2} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = 16h \Rightarrow \frac{\mathcal{A}_{ABM}}{\mathcal{A}_{ABCD}} = \frac{5}{16}$. **6.** a) Fie $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow OA = OB = OC = OD$, iar $BD = BC' = DC' = 8\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow \Delta BDC'$ este echilateral $\Rightarrow \mathcal{A}_{BDC'} = \frac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64 \cdot 2\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$ cm^2; b) $\mathcal{V}_{EA'BD} = \mathcal{V}_{A'EBD} \Rightarrow \frac{1}{3}\mathcal{A}_{A'BD} \cdot d(E, (A'BD)) = \frac{1}{3}\mathcal{A}_{EBD} \cdot AA' \Rightarrow \frac{BD \cdot A'O}{2} \cdot d(E, (A'BD)) = \frac{ED \cdot AB}{2} \cdot AA' \Rightarrow d(E, (A'BD)) = \frac{ED \cdot AB \cdot AA'}{BD \cdot A'O} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 8}{8\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

TESTUL 52

Subiectul I. 1. c). **2.** c). **3.** a). **4.** b). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** b). **3.** b). **4.** c). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu b numărul băncilor din amfiteatru și obținem: $4(b-8) + 3 = 2b + 5$. Dacă numărul elevilor din amfiteatru ar fi egal cu 40, atunci $2b + 5 = 40$. Fals, deoarece $2b + 5$ este număr impar. Deci numărul elevilor nu poate fi egal cu 40; b) $4(b-8) = 2b + 2 \Leftrightarrow 2(b-8) = b + 1 \Leftrightarrow b = 17$. **2.** a) $E(x) = \frac{x+1+x^2-x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x^2+1} = \frac{x^2+1}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x^2+1} = \frac{x+1}{x-1}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; b) $A = \frac{4}{n-1} \in \mathbb{N} \Rightarrow n-1 \mid 4 \Rightarrow n-1 \in \{1, 2, 4\} \Rightarrow n \in \{2, 3, 5\}$.
3. a) $f(0) + f(4) = 6 + (-2) = 4$; b) $AB = 3\sqrt{5}$ și $BM = 10$. Fie $MN \perp AB$, $N \in AB \Rightarrow d(M, AB) = MN$; $\Delta AOB \sim \Delta MNB \overset{(UU)}{\Rightarrow}$

$OA = OC$ și $AE = CE \Rightarrow EO \perp AC$, deci $\mathcal{A}_{ACE} = \dfrac{AE \cdot CE \cdot \sin(\sphericalangle AEC)}{2} = \dfrac{AC \cdot EO}{2} \Rightarrow \sin(\sphericalangle AEC) = \dfrac{AC \cdot EO}{AE \cdot CE} = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$;

b) Cu teorema celor 3 perpendiculare se arată $\left.\begin{array}{l} DD' \perp (ABC) \\ DO \perp AC \\ DO, AC \subset (ABC) \end{array}\right| \Rightarrow D'O \perp AC$. Cu teorema lui Pitagora avem: În $\Delta D'DO$ ($\sphericalangle D'DO = 90°$), $D'O^2 = D'D^2 + DO^2 \Rightarrow D'O \Rightarrow 8\sqrt{3}$ cm; În ΔEBO ($\sphericalangle EBO = 90°$), $EO^2 = BE^2 + BO^2 \Rightarrow EO = 4\sqrt{6}$ cm; În $\Delta EB'D'$ ($\sphericalangle EBB' = 90°$), $D'E^2 = B'D'^2 + B'E^2 \Rightarrow D'E = 12\sqrt{2}$ cm. Cu reciproca teoremei lui Pitagora se arată că: $D'O^2 + EO^2 = 8^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 6 = 192 + 96 = 288 = D'E^2$. Deci $D'OE$ este dreptunghic, cu $\sphericalangle D'OE = 90° \Rightarrow D'O \perp OE$.

Deci: $\left.\begin{array}{l} D'O \perp AC \\ D'O \perp OE \\ AC \cap OE = \{O\} \end{array}\right| \Rightarrow D'O \perp (ACE) \Rightarrow d(D', (ACE)) = D'O = 8\sqrt{3}$ cm.

TESTUL 60

Subiectul I. 1. d). **2.** b). **3.** c). **4.** a). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** b). **3.** b). **4.** a). **5.** b). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu x suma totală; în primul magazin a cheltuit $60\%x$; în al doilea magazin a cheltuit $\dfrac{1}{4} \cdot$ rest + 120 de lei; în al treilea magazin a cheltuit ultimii 300 de lei; rest: $x - 60\%x = 100\%x - 60\%x = 40\%x$; în al doilea magazin: $\dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{40}{100}x + 120 = \dfrac{1}{10}x + 120$; $60\%x + 10\%x + 420 = x \Leftrightarrow 30\%x = 420 \Rightarrow x = 1400$ de lei; b) în al doilea magazin a cheltuit 260 de lei. **2.** a) $E(x) = \dfrac{3(x-3)+2(x+3)-7}{(x-3)(x+3)} \cdot \dfrac{(x-3)(x-5)}{5(x-2)} = \dfrac{5x-10}{x+3} \cdot \dfrac{x-5}{5(x-2)} \Rightarrow E(x) = \dfrac{x-5}{x+3}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$; b) $E(n) = \dfrac{n-5}{n+3} \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{array}{l} n+3 \mid n-5 \\ n+3 \mid n+3 \end{array} \Rightarrow n + 3 \mid 8 \Rightarrow n + 3 \in \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow n \in \{1, 5\}$. **3.** a) $M(x; x) \in G_f \Rightarrow f(x) = x \Leftrightarrow 2x - 3 = x \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow M(3; 3)$; b) $AB^2 = AO^2 + BO^2 = \dfrac{9}{4} + 9 = \dfrac{45}{4} \Rightarrow AB = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$; $d(O, AB) = \dfrac{OA \cdot OB}{AB} \Rightarrow d(O, AB) = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **4.** a) AD și CE sunt mediane $\Rightarrow G$ este centru de greutate $\Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AD \Rightarrow AG = 6$ cm; $CG = \dfrac{2}{3}CE \Rightarrow CG = 8$ cm; $AG^2 + CG^2 = 36 + 64 = 100 = AC^2 \Rightarrow \Delta AGC$ este dreptunghic ($\sphericalangle AGC = 90°$); b) G este centru de greutate $\Rightarrow \mathcal{A}_{AGB} = \mathcal{A}_{AGC} = \mathcal{A}_{BGC} = \dfrac{1}{3}\mathcal{A}_{ABC}$. În ΔBGC: GD este mediană $\Rightarrow \mathcal{A}_{BGD} = \dfrac{1}{2}\mathcal{A}_{BGC}$. Cum $\mathcal{A}_{BGC} = \mathcal{A}_{AGC} = \dfrac{AG \cdot CG}{2} = 24$ cm$^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{BGD} = 12$ cm^2. **5.** a) Fie $AM \perp DC$, $M \in DC$. Cum $ABCD$ este trapez isoscel ($AB \parallel CD$) și diagonalele $AC \perp BD$, atunci $AM = \dfrac{AB+CD}{2} \Rightarrow AM = 16$ cm, iar $DM = \dfrac{DC-AB}{2}$, deci $DM = 8$ cm, rezultă că $AD = 8\sqrt{5}$ cm. Cum $\mathcal{P}_{ABCD} = AB + DC + 2AD$, atunci $\mathcal{P}_{ABCD} = 32 + 16\sqrt{5} = 16(2+\sqrt{5})$ cm; b) $ABCD$ este trapez isoscel $\Rightarrow AC \equiv BD$. Cum EF și HG sunt linii mijlocii în ΔABC, respectiv ΔADC, atunci $EF = HG = \dfrac{AC}{2}$ și $EF \parallel AC \parallel HG$. La fel, EH și FG sunt linii mijlocii în ΔABD, respectiv în ΔBCD, atunci $EH = FG = \dfrac{BD}{2}$ și $EH \parallel BD \parallel FG$. Deoarece $AC \equiv BD \Rightarrow EF \equiv FG \equiv HG \equiv EH$ și cum $AC \perp BD$, iar $EF \parallel AC$ și $FG \parallel BD$, rezultă că $EF \perp FG$. Deci $EFGH$ este pătrat și $\mathcal{A}_{EFGH} = EF^2$. În ΔAMC: $AC^2 = AM^2 + MO^2 \Rightarrow AC^2 = 16^2 + 16^2 = 16^2 \cdot 2 \Rightarrow AC =$

CUPRINS